

باشگاه ریاضی مجتمع فرهنگی - آموزشی علامه طباطبائی

لیگ حل مساله ریاضی - مسابقات رادیکال

پاسخ سوالات درسی دهم دبیرستان - آبان ماه ۱۴۰۴

۱.

بدون اینکه ماهیت دنباله به طور صریح بیان شده باشد، باید در مورد رفتار آن یک فرض داشته باشیم. به نظر منطقی می‌رسد فرض کنیم که دنباله از یک عدد ۱، دو عدد ۲، سه عدد ۳ و به همین ترتیب تشکیل شده است. اگر دنباله تا آخرین عدد n ادامه یابد، در مجموع n جمله خواهیم داشت. به عبارت دیگر، جمله ۹۹۰ام آخرین عدد ۴۴ است، ۴۵ جمله بعدی عدد ۴۵ خواهند بود، بنابراین جمله ۱۰۰۰ام باید ۴۵ باشد.

۱, ۲, ۲, ۳, ۳, ۳, ۴, ۴, ۴, ۴, ...

۳.

ابتدا نشان می‌دهیم که اگر ۸ شیشه برداریم، ممکن است به ترکیب مورد نظر نرسیم. در واقع ممکن است ۸ شیشه مربای توت‌فرنگی و ۲ شیشه از هر کدام از مربای آلبالو و زردآلو برداریم. سپس نشان می‌دهیم که اگر ۷ شیشه برداریم، شرایط مطلوب برقرار است. چون در این حالت ۱۳ شیشه باقی می‌ماند، پس حداقل ۴ شیشه از یک نوع خاص خواهیم داشت. از آنجا که تعداد کل شیشه‌های این نوع نمی‌تواند بیش از ۸ باشد، بنابراین حداقل ۵ شیشه از دو نوع دیگر باقی می‌ماند. در میان این ۵ شیشه، دست‌کم ۳ شیشه از یک نوع خواهند بود. جواب نهایی ۷ شیشه

۴.

در هر دو بخش (الف) و (ب) توجه کنید که به محض آن‌که وضعیت مربع‌های قطری مشخص شود، بقیه پوشش به صورت یکتا تعیین می‌گردد. هر مربع روی قطر می‌تواند در ۴ حالت مختلف قرار گیرد، بنابراین پاسخ‌ها به صورت زیر هستند:

۱۶ عدد

۲.

حالت	پسر ۱	پسر ۲	پسر ۳	کلاه استفاده نشده
۱	آبی	آبی	قرمز	قرمز
۲	آبی	قرمز	آبی	قرمز
۳	آبی	قرمز	قرمز	آبی
۴	قرمز	آبی	آبی	قرمز
۵	قرمز	آبی	قرمز	آبی
۶	قرمز	قرمز	آبی	آبی

اگر پسر ۳ دو کلاه آبی (حالت ۱) یا دو کلاه قرمز (حالت ۶) را ببیند، می‌تواند رنگ کلاه خود را تشخیص دهد و بلافاصله آن را اعلام کند. بنابراین، احتمال اینکه پسر ۳ به درستی رنگ کلاه خود را تشخیص دهد $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ است.

اگر پسر ۳ یک کلاه آبی و یک کلاه قرمز ببیند، نمی‌تواند رنگ کلاه خود را تشخیص دهد. در این صورت، اگر سکوت طولانی‌ای حاکم شود، پسر ۲ نتیجه می‌گیرد که پسر ۳ نتوانسته است دو کلاه قرمز یا دو کلاه آبی را ببیند. سپس او استنباط می‌کند که رنگ کلاه او مخالف رنگ کلاه پسر ۱ است. بنابراین، احتمال اینکه پسر ۲ به درستی رنگ کلاه خود را تشخیص دهد $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ است.

پسر ۱ هرگز نمی‌تواند رنگ کلاه خود را حدس بزند، بنابراین این پسر ۲ است که بیشترین شانس را برای رهایی از تکلیف امشب دارد.

البته اگر پسر ۳ دو کلاه قرمز یا دو کلاه آبی را ببیند و بخواهد بدجنسی کند، می‌تواند عمداً سکوت کند، با این دانست که پسر ۲ (به اشتباه) رنگ کلاه خود را حدس خواهد زد.