

# باشگاه ریاضی مجتمع فرهنگی - آموزشی علامه طباطبائی

## لیک حل مساله ریاضی - مسابقات رادیکال

### سوالات درسی پایه هفتم - آذر ماه ۱۴۰۳

۱. (۱ امتیاز) در هریک از خانه‌های جدول جادویی  $3 \times 3$  روبرو،

قرار است اعداد  $-۱۹, -۴, -۱, +۲, +۵$  قرار گیرند، به طوری که مجموع اعداد هر سطر و مجموع اعداد هر ستون و مجموع اعداد

|       |      |  |
|-------|------|--|
| $+۲$  |      |  |
| $-۱۳$ |      |  |
|       | $+۵$ |  |

هر یک از دو قطر، با هم برابر شود.

با ذکر دلیل و مرحله به مرحله، جدول را کامل کنید.

پاسخ.

مجموع اعداد،  $-۶۳$  است، پس مجموع اعداد ستون‌ها، ردیف‌ها و قطرها  $-۲۱$  است:

|         |      |  |
|---------|------|--|
| $+۲$    |      |  |
| $-۱۳$   |      |  |
| $(-۱۰)$ | $+۵$ |  |

|         |      |         |
|---------|------|---------|
| $+۲$    |      |         |
| $-۱۳$   |      |         |
| $(-۱۰)$ | $+۵$ | $(-۱۶)$ |

|         |        |       |
|---------|--------|-------|
| $+۲$    |        |       |
| $-۱۳$   | $(-۷)$ |       |
| $(-۱۰)$ | $+۵$   | $-۱۶$ |

|       |      |        |
|-------|------|--------|
| $+۲$  |      |        |
| $-۱۳$ | $-۷$ | $(-۱)$ |
| $-۱۰$ | $+۵$ | $-۱۶$  |

|       |         |        |
|-------|---------|--------|
| $+۲$  | $(-۱۹)$ | $(-۴)$ |
| $-۱۳$ | $-۷$    | $-۱$   |
| $-۱۰$ | $+۵$    | $-۱۶$  |

۲. (۲ امتیاز) در دنباله‌های روبرو

$۱۶, ۷, -۲, -۱۱, -۲۰, \dots$

$۹, ۲, -۵, -۱۲, -۱۹, \dots$

الف) اولین عدد مشترک چه خواهد بود؟

ب) دهمین عدد مشترک چه خواهد بود؟

پاسخ.

الف)

دنباله اول به صورت  $۱۶ - ۹k_1$  و دنباله دوم به صورت  $۹ - ۷k_2$  قابل تعریف است. بنابراین با برابر قرار دادن این دو دنباله داریم:

$$۱۶ - ۹k_1 = ۹ - ۷k_2 \rightarrow ۷(k_2 + ۱) = ۹k_1$$

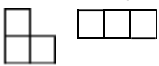
$$\rightarrow \begin{cases} ۹k_1 = ۷n \\ ۷(k_2 + ۱) = ۹n \end{cases}$$

$$n = ۱ \rightarrow \begin{cases} k_1 = ۷ \\ (k_2 + ۱) = ۹ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = ۷ \\ k_2 = ۸ \end{cases} \rightarrow -۴۷$$

ب)

$$n = ۱۰ \rightarrow \begin{cases} k_1 = ۷۰ \\ (k_2 + ۱) = ۹۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = ۷۰ \\ k_2 = ۸۹ \end{cases} \rightarrow -۶۱۴$$

۴. (۲ امتیاز) با  $3 \times 1$  مربع می‌توان سه خانه‌ای را ساخت.



این شکل‌ها یکپارچه هستند و اگر دو مربع بخواهند به هم متصل باشند، باید از طریق یک ضلع کامل به هم بچسبند. سایر شکل‌ها

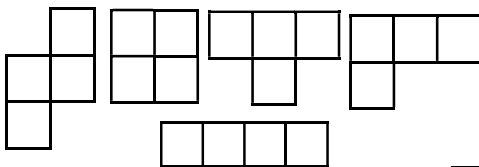
(مثلاً و )، با همین‌ها هم‌نهشت خواهند بود.

الف) اگر بخواهیم ۴ خانه‌ای را بسازیم، چند ۴ خانه‌ای مختلف و غیر هم‌نهشت خواهیم داشت؟ آنها را فهرست کنید.

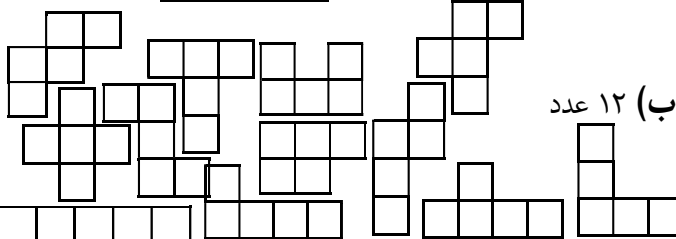
ب) اگر بخواهیم ۵ خانه‌ای را بسازیم، چند ۵ خانه‌ای مختلف و غیر هم‌نهشت خواهیم داشت؟ آنها را فهرست کنید.

پاسخ.

الف) ۵ عدد

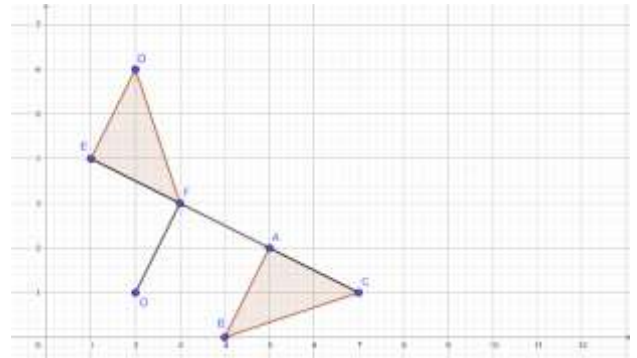


ب) ۱۲ عدد



۳. (۲ امتیاز) اگر  $F[۳], E[۴], D[۶], C[۷], B[۴], A[۵]$

مفروض باشند و بدانیم مثلث  $ABC$  با دورانی، حول نقطه‌ای، به مثلث  $DEF$  تبدیل شده است، مرکز دوران و زاویه دوران را بیابید. حل.



مثلث‌های  $ABC$  و  $DEF$  قوائم الزاویه متساوی الساقین

مرکز دوران باید روی عمود منصف  $AE$  و روی عمود منصف  $BF$  باشد، پس روی محل تقاطع آنها، یعنی  $O[۱]$  است.

زاویه دوران نیز، مطابق شکل،  $۹۰$  درجه است.

مساله جواب‌های دیگری نیز می‌تواند داشته باشد.