

۱. (۱ امتیاز) حاصل ضرب دو سه جمله‌ای جبری: الف) حداکثر چندجمله‌ای می‌شود؟ مثال بزنید. ب) حداقل چند جمله این می‌شود؟ مثال بزنید. حل. الف) ۹ جمله $(x^2 + x + 1)(x^6 + x^3 + 1)$ $= x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ ب) ۲ جمله $(x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 1)$ $= x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x^3 - 4x^2 - 4x + 2x^2 + 4x + 4$	۲. (۲ امتیاز) اگر $x^2 + y^2 + 13 = 6x + 4y$ مقدار x را بیابید. حل. $x^2 - 6x + 9 = -y^2 + 4y - 4 = -(y^2 - 4y + 4)$ $\rightarrow (x - 3)^2 = -(y - 2)^2 = 0$ $\rightarrow x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$ $\rightarrow y - 2 = 0 \rightarrow y = 2$
۳. (۲ امتیاز) اگر $a = \sqrt{43 + 30\sqrt{2}}$ و $b = \sqrt{43 - 30\sqrt{2}}$ باشند، به کمک اتحادها، $a + b$ را محاسبه کنید. حل. راه اول. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $= (43 + 30\sqrt{2}) + 2\sqrt{(43 + 30\sqrt{2})(43 - 30\sqrt{2})} + (43 - 30\sqrt{2})$ $= 86 + 2\sqrt{43^2 - (30\sqrt{2})^2} = 86 + 2\sqrt{1849 - 1800}$ $= 86 + 2 \times 7 = 100$ $\rightarrow a + b = 10$ راه دوم. $a = \sqrt{43 + 30\sqrt{2}} = \sqrt{(5 + 3\sqrt{2})^2} \rightarrow a = 5 + 3\sqrt{2}$ $b = \sqrt{43 - 30\sqrt{2}} = \sqrt{(5 - 3\sqrt{2})^2} \rightarrow b = 5 - 3\sqrt{2}$ $\rightarrow a + b = 10$	۴. (۲ امتیاز) عبارت‌های زیر را تجزیه کنید: الف) $x^2 + 4xy + 4y^2 - 2x - 4y - 3$ ب) $a(a + 1)(a + 2)(a + 3) + 1$ حل. الف. $= (x + 2y)^2 - 2(x + 2y) - 3 = A^2 - 2A - 3$ $= (A - 3)(A + 1)$ $= (x + 2y - 3)(x + 2y + 1)$ ب) $= a^4 + 6a^3 + 11a^2 + 6a + 1$ $= [a^4 + 2a^3 + a^2] + [4a^3 + 8a^2 + 4a] + [a^2 + 2a + 1]$ $= [a^2(a + 1)^2] + [4a(a + 1)^2] + [(a + 1)^2]$ $= (a + 1)^2(a^2 + 4a + 1)$