

	دبیرستان های دوره دوم مجتمع علامه طباطبائی		آموزش و پرورش شهر تهران
	درس : آمار و احتمال	امتحانات نوبت اول	پاسخنامه
	تاریخ امتحان : چهارشنبه ۱۹ دیماه ۱۴۰۳	زمان آزمون: ۱۰۰ دقیقه	پایه: یازدهم ریاضی
	سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳		تعداد صفحات: ۴ صفحه

«آگاه باشید که تنها یاد خدا آرامش‌بخش دل‌هاست»

نمره	الف: هر مورد را از جدول سمت راست به مورد مناسب در جدول سمت چپ مرتبط کنید.																		
۲	<p>عددی به تصادف از مجموعه $\{۳۰۰, \dots, ۱۰۳, ۱۰۲, ۲۰۱\}$ انتخاب می‌کنیم. هر یک از احتمال‌های خواسته شده در ستون نخست را با پاسخ مناسب، جور کنید. (۲ مورد اضافی است).</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>۱</td> <td>مضرب ۳ باشد.</td> <td>E</td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td>مضرب ۳ و ۵ باشد.</td> <td>B</td> </tr> <tr> <td>۳</td> <td>مضرب ۳ باشد ولی مضرب ۵ نباشد.</td> <td>D</td> </tr> <tr> <td>۴</td> <td>نه مضرب ۳ باشد نه مضرب ۵.</td> <td>F</td> </tr> </table> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>A - ۰/۰۴</td> </tr> <tr> <td>B - ۰/۰۷</td> </tr> <tr> <td>C - ۰/۱۷</td> </tr> <tr> <td>D - ۰/۲۷</td> </tr> <tr> <td>E - ۰/۳۴</td> </tr> <tr> <td>F - ۰/۵۳</td> </tr> </table>	۱	مضرب ۳ باشد.	E	۲	مضرب ۳ و ۵ باشد.	B	۳	مضرب ۳ باشد ولی مضرب ۵ نباشد.	D	۴	نه مضرب ۳ باشد نه مضرب ۵.	F	A - ۰/۰۴	B - ۰/۰۷	C - ۰/۱۷	D - ۰/۲۷	E - ۰/۳۴	F - ۰/۵۳
۱	مضرب ۳ باشد.	E																	
۲	مضرب ۳ و ۵ باشد.	B																	
۳	مضرب ۳ باشد ولی مضرب ۵ نباشد.	D																	
۴	نه مضرب ۳ باشد نه مضرب ۵.	F																	
A - ۰/۰۴																			
B - ۰/۰۷																			
C - ۰/۱۷																			
D - ۰/۲۷																			
E - ۰/۳۴																			
F - ۰/۵۳																			
ب: جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.																			
۰/۵	۵- عبارت "هر گردی، گردو نیست". گزاره است. و عبارت "۳ عددی گنگ است اگر و تنها اگر X عددی اول باشد" .. گزاره‌نما.. (گزاره است * گزاره نما است * نه گزاره است نه گزاره نما)																		
۰/۵	۶- اگر p و q دو گزاره باشند گزاره $\sim p \Rightarrow q$ با گزاره مرکب فصلی $p \vee q$ هم ارز است. $(p \vee q * \sim p \vee q * p \vee \sim q * \sim p \vee \sim q)$																		
۰/۵	۷- در یک آزمایش تصادفی، اگر وقوع یک پیشامد بمنزله عدم وقوع پیشامد دیگر باشد، آن‌ها ناسازگار نامیده می‌شوند و اگر وقوع یکی روی دیگری تغییری ایجاد نکند، دو پیشامد را مستقل می‌گویند. (پیشامد گسسته * پیشامد مستقل * پیشامد ناسازگار)																		
۰/۵	۸- عبارت $(A - B)'$ طبق قوانین جبر مجموعه‌ها با مجموعه $A' \cup B$ برابر است. $(B - A * A' - B' * B' - A' * A' \cup B * A \cup B' * A' \cup B')$																		
ج: گزینه مناسب را انتخاب نمایید.																			
۰/۵	۹- نقیض گزاره $\sim p \Rightarrow [\sim r \wedge (p \Rightarrow r)]$ کدام است؟ <table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>$\sim p \vee r$ (۴)</td> <td>$\sim r \wedge p$ (۳)</td> <td>$p \vee \sim r$ (۲)</td> <td>$r \wedge \sim p$ (۱)</td> </tr> </table>	$\sim p \vee r$ (۴)	$\sim r \wedge p$ (۳)	$p \vee \sim r$ (۲)	$r \wedge \sim p$ (۱)														
$\sim p \vee r$ (۴)	$\sim r \wedge p$ (۳)	$p \vee \sim r$ (۲)	$r \wedge \sim p$ (۱)																

۱۰- نقیض گزارهٔ سوری $\exists x \in \mathbb{R}; x > 0 \Rightarrow x^2 \leq 0$ کدام است؟

(۲) $\forall x \in \mathbb{R}; x > 0 \wedge x^2 > 0$

(۱) $\forall x \in \mathbb{R}; x \leq 0 \wedge x^2 > 0$

(۴) $\exists x \in \mathbb{R}; x > 0 \vee x^2 > 0$

(۳) $\exists x \in \mathbb{R}; x \leq 0 \vee x^2 > 0$

۰/۵

۰/۵

۱۱- در پرتاب دو تاس متمایز با یکدیگر احتمال رخداد کدامیک از پیشامدهای زیر از مابقی بیشتر است؟
 (۱) مجموع اعداد رو شده برابر ۷ باشد.
 (۲) اعداد رو شده یکسان باشند.
 (۳) هیچیک از تاس‌ها عددی اول نباشند.
 (۴) تفاضل اعداد رو شده برابر ۳ باشد.

۰/۵

۱۲- با توجه به جدول ارزش زیر، ارزش گزاره‌های (الف) تا (ج) به ترتیب از راست به چپ کداماند؟

			الف	ب	ج
p	q	r	$p \Rightarrow (\sim q \vee r)$	$\sim(p \wedge \sim r) \vee q$	$(p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (\sim q \vee r)$
T	T	F	?	?	?

(۲) درست - درست - نادرست

(۱) نادرست - درست - درست

(۴) نادرست - نادرست - درست

(۳) درست - نادرست - درست

د: سوالات تشریحی

۲

$((p \vee q) \Rightarrow r) \equiv ((p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r))$

۱۳- به کمک جدول درستی ثابت کنید:

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \Rightarrow r$	$p \Rightarrow r$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$
د	د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	د	د	د	د
ن	د	ن	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	ن	د	د	د	د
ن	ن	ن	ن	د	د	د	د

۱/۵

۱۴- ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید. سپس نقیض هر یک را بنویسید.

(الف) $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2-1}{x-1} = x+1$ ارزش گزاره نادرست (۱ در دامنه نیست)

نقیض: $\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x^2-1}{x-1} \neq x+1$

(ب) $\forall x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \leq -2$ ارزش درست

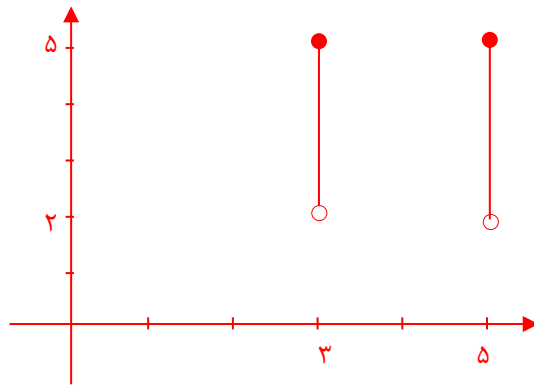
نقیض: $\exists x \in (-\infty, 0), x - \frac{1}{x} > -2$

(پ) $\exists y \in \mathbb{R}; \frac{y-3}{5} = 0$ ارزش درست

نقیض: $\forall y \in \mathbb{R}, \frac{y-3}{5} \neq 0$

۱۵- الف: اگر $A = \{۲, x + ۲y, ۵\}$ و $B = \{۳, ۲(x + y), ۵\}$ داشته باشیم $A \times B = B \times A$ مقادیر x, y را با استدلال بیابید.

$$\left. \begin{matrix} A \times B = B \times A \\ A, B \neq \emptyset \end{matrix} \right\} \rightarrow A = B \rightarrow \begin{cases} x + 2y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases} \rightarrow y = 2, x = -1$$



ب: نمودار مختصاتی $(۲, ۵] \times \{۳, ۵\}$ را رسم کنید.

۱۶- به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(A \cap B) - (A \cap C) = A \cap (B - C)$

$$\begin{aligned} (A \cap B) - (A \cap C) &= (A \cap B) \cap (A' \cup C') = B \cap [A \cap (A' \cup C')] \\ &= B \cap [A \cap C'] = A \cap B \cap C' = A \cap (B \cap C') = A \cap (B - C) \end{aligned}$$

۱۷- فضای نمونه غیر هم شانسی یک آزمایش تصادفی، $S = \{a, b, c, d\}$ است و می دانیم:

$$p(\{a, b\}) = 0/3 \text{ و } p(\{b, c, d\}) = 0/9 \text{ مطلوب است:}$$

الف: $p(\{a\}) = ?$

$$S = \{a, b, c, d\} \rightarrow P(\{a\}) + \underbrace{P(\{b\}) + P(\{c\}) + P(\{d\})}_{0/9} = 1 \rightarrow P(\{a\}) = 0/1$$

$$P(\{a, b\}) = \underbrace{P(\{a\})}_{0/1} + P(\{b\}) = 0/3 \rightarrow P(\{b\}) = 0/2$$

ب: $p(\{a, c, d\}) = ?$

$$p(\{a, c, d\}) = 1 - P(\{b\}) = 1 - 0/2 = 0/8$$

۱۸- یک تاس سالم را دو بار پرتاب می کنیم، مطلوبست محاسبه احتمال آنکه:

الف: مجموع دو تاس بزرگتر از ۸ باشد.

$$\begin{aligned} P(x + y > 8) &= P(x + y = 9) + P(x + y = 10) + P(x + y = 11) + P(x + y = 12) \\ &= \frac{4}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{10}{36} \end{aligned}$$

$(۳,۶)(۶,۳)(۴,۵)(۵,۴)$
 $(۴,۶)(۶,۴)(۵,۵)$
 $(۵,۶)(۶,۵)$
 $(۶,۶)$

ب: لااقل یکی از تاس ها عدد ۴ آمده باشد.

$$\begin{matrix} (۴,۱)(۴,۲)(۴,۳)(۴,۴)(۴,۵)(۴,۶) \\ (۱,۴)(۲,۴)(۳,۴) \quad (۵,۴)(۶,۴) \end{matrix} \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{11}{36}$$

۱۹- خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. احتمال آن را حساب کنید که:

الف: فقط یکی از فرزندان، پسر باشد.

$$n(S) = 2^4 = 16$$

$$n(A) = 4 \begin{cases} د د د پ \\ د د پ د \\ د پ د د \\ پ د د د \end{cases} \rightarrow \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

ب: تعداد فرزندان پسر، بیشتر از فرزندان دختر باشد. یعنی تعداد پسران ۳ یا ۴ باشد.

$$n(A) = 5 \begin{cases} د پ پ پ \\ پ د پ پ \\ پ پ پ د \\ پ پ پ پ \\ پ پ د پ \end{cases} \rightarrow \frac{5}{16}$$

ج: می دانیم این خانواده لاقط یک فرزند پسر دارد، احتمال آنکه دقیقاً دو فرزند پسر باشند را بیابید.

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{6}{15}$$

$$n(B) = n(\text{لاقل یک پسر دارد}) = \underbrace{16}_{\text{کل}} - \underbrace{1}_{\text{فاقد پسر}} = 15$$

$$n(A \cap B) = (\text{لاقل یک پسر دارد} \cap \text{دو پسر دارد}) = 6$$

$$= \binom{4}{2} = 6$$

۲۰- در جعبه ای ۴ مهره سفید، ۲ مهره سیاه و ۵ مهره سبز موجود است؛ به تصادف ۳ مهره از این جعبه برمی‌داریم. احتمال آن را بیابید که:

الف: مهره‌ها هم‌رنگ باشند. $n(s) = \binom{11}{3}$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{3} + \binom{5}{3}}{\binom{11}{3}} = \frac{4 + 10}{165} = \frac{14}{165}$$

ب: مهره‌ی سبز حتماً باشد.

$$1 - \frac{\binom{6}{3}}{\binom{11}{3}} \text{ یا } \frac{\binom{5}{1}\binom{6}{2} + \binom{5}{2}\binom{6}{1} + \binom{5}{3}}{\binom{11}{3}} = \frac{145}{165}$$

ج: از تمام رنگها انتخاب شده باشد.

$$\frac{\binom{4}{1}\binom{2}{1}\binom{5}{1}}{\binom{11}{3}} = \frac{40}{165}$$

د: اگر مهره‌ها را یکی یکی از جعبه خارج کنیم، هر کدام از احتمال‌های فوق چه تغییری میکند؟ تغییر نمی‌کند