

باشگاه ریاضی مجتمع فرهنگی - آموزشی علامه طباطبائی

لیگ حل مساله ریاضی - مسابقات رادیکال

سوالات درسی پایه نهم - آبان ماه ۱۴۰۳

<p>۲. (۲ امتیاز) مجموعه <math>A = \{a   a \in \mathbb{Z}, \frac{200}{a} \in \mathbb{Z}\}</math> چند زیرمجموعه دارد؟</p> <p>پاسخ: مجموعه اشاره شده تعداد <math>24 = 2 \times 12</math> عضو دارد:</p> $\{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm 8, \pm 10, \pm 20, \pm 25, \pm 40, \pm 50, \pm 100, \pm 200\}$ <p>بنابراین، <math>2^{24}</math> عضو دارد.</p>	<p>۱. (۲ امتیاز) فرض کنید <math>A_i</math> مجموعه مقسوم علیه‌های طبیعی <math>i</math> باشد؛ مثلاً: <math>A_6 = \{1, 2, 3, 6\}</math></p> <p>الف) <math>A_5 \cap A_6 \cap A_7 \cap \dots \cap A_{20}</math> چند عضو دارد؟ ب) <math>A_5 \cup A_6 \cup A_7 \cup \dots \cup A_{20}</math> چند عضو دارد؟</p> <p>پاسخ: الف) تنها مقسوم علیه مشترک اعداد ۳۱ تا ۵۰، عدد ۱ است. بنابراین، ۱ عضو دارد. ب) <math>A_5 \cup A_6 \cup A_7 \cup \dots \cup A_{20}</math> <math>= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50\}</math> ۴۵ عضو دارد.</p>																																																																	
<p>۴. (۲ امتیاز) در جام جهانی اخیر، در یکی از گروه‌ها چهار تیم <math>A, B, C</math> و <math>D</math> حضور داشتند. پس از پایان ۶ مسابقه مرحله مقدماتی که هر تیم با سه تیم دیگر مسابقه داد، جدول رده بندی به صورت زیر شد. نتایج هر ۶ بازی را مشخص کنید.</p> <table border="1" data-bbox="303 1400 678 1624"> <thead> <tr> <th>گل خورده</th> <th>گل زده</th> <th>باخت</th> <th>مساوی</th> <th>برد</th> <th>تعداد بازی</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۰</td> <td>۷</td> <td>۰</td> <td>۰</td> <td>۳</td> <td>۳</td> <td>A</td> </tr> <tr> <td>۱</td> <td>۱</td> <td>۱</td> <td>۱</td> <td>۱</td> <td>۳</td> <td>B</td> </tr> <tr> <td>۸</td> <td>۳</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۰</td> <td>۳</td> <td>C</td> </tr> <tr> <td>۵</td> <td>۳</td> <td>۲</td> <td>۱</td> <td>۰</td> <td>۳</td> <td>D</td> </tr> </tbody> </table> <p>پاسخ: نیاز به یک سری استدلال استنتاجی دارد تا ابتدا برنده هر بازی را مشخص کنید و سپس به سراغ گل‌های زده و خورده بروید. اگر کار خود را درست انجام دهید، این مساله تنها یک جواب به صورت زیر خواهد داشت:</p> <table border="1" data-bbox="231 1870 678 2004"> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>۱</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>B</td> <td>B</td> <td>۰</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>C</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>۵</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>C</td> <td>B</td> <td>۱</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>D</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>۱</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>D</td> <td>C</td> <td>۳</td> <td>-</td> <td>۳</td> <td>D</td> </tr> </tbody> </table>	گل خورده	گل زده	باخت	مساوی	برد	تعداد بازی		۰	۷	۰	۰	۳	۳	A	۱	۱	۱	۱	۱	۳	B	۸	۳	۱	۲	۰	۳	C	۵	۳	۲	۱	۰	۳	D	A	۱	-	۰	B	B	۰	-	۰	C	A	۵	-	۰	C	B	۱	-	۰	D	A	۱	-	۰	D	C	۳	-	۳	D	<p>۳. (۱ امتیاز) عددی سه رقمی به تصادف انتخاب می‌شود. احتمال این که این عدد انتخابی رقم ۲ را داشته باشد چند درصد است؟</p> <p>پاسخ: تعداد کل اعداد ۳ رقمی: <math>9 \times 10 \times 10 = 900</math> تعداد اعداد ۳ رقمی که رقم ۲ را دارند = تعداد کل اعداد ۳ رقمی منهای تعداد اعداد ۳ رقمی که رقم ۲ ندارند <math>900 - 9 \times 8 \times 8 = 252</math> احتمال اینکه عدد انتخابی رقم ۲ را داشته باشد: <math>\frac{252}{900} = 28\%</math></p>
گل خورده	گل زده	باخت	مساوی	برد	تعداد بازی																																																													
۰	۷	۰	۰	۳	۳	A																																																												
۱	۱	۱	۱	۱	۳	B																																																												
۸	۳	۱	۲	۰	۳	C																																																												
۵	۳	۲	۱	۰	۳	D																																																												
A	۱	-	۰	B	B	۰	-	۰	C																																																									
A	۵	-	۰	C	B	۱	-	۰	D																																																									
A	۱	-	۰	D	C	۳	-	۳	D																																																									