باشگاه ریاضی مجتمع فرهنگی– آموزشی علامه طباطبایی

لیگ حل مساله ریاضی– مسابقات رادیکال

سوالات درسی پایه هشتم– آبان ماه ۱۴۰۳

۱. **(۲ امتیاز)** در جدول زیر، در بالای هر ستون و کنار هر ردیف یک عدد نوشته شده است. داخل هر خانه از جدول، حاصلضرب دو عدد ردیف و ستون آن خانه نوشته می‌شود (مانند مثال). مجموع اعداد داخل ۳۰ خانه جدول چه عددی می‌شود؟

	$\frac{۱۶}{۳۵}$	$\frac{-۱}{۴}$	$\frac{۲}{۵}$	$\frac{-۳}{۸}$	$\frac{۱}{۷}$	۳
$\frac{۷}{۱۸}$						
$\frac{-۱}{۶}$						
$\frac{-۲}{۳}$						
$\frac{۴}{۹}$						
۴						۱۲

پاسخ:

مجموع اعداد ستون‌ها:

$$۳+\frac{۱}{۷}+\frac{-۳}{۸}+\frac{۲}{۵}+\left(\frac{-۱}{۴}\right)+\frac{۱۶}{۳۵}$$
$$=\frac{۸۴۰+۴۰-۱۰۵+۱۱۲-۷۰+۱۲۸}{۲۸۰}=\frac{۹۴۵}{۲۸۰}=\frac{۲۷}{۸}$$

مجموع اعداد ردیف‌ها:

$$\frac{۷}{۱۸}+\left(\frac{-۱}{۶}\right)+\left(\frac{-۲}{۳}\right)+\frac{۴}{۹}+۴=\frac{۷-۳-۱۲+۸+۷۲}{۱۸}$$
$$=\frac{۷۲}{۱۸}=۴$$

ضرب ستون در ردیف:

$$\frac{۲۷}{۸}\times ۴=\frac{۲۷}{۲}=۱۳/۵$$

۲. **(۲ امتیاز)** در ضرب یک عدد سه رقمی در یک عدد یک رقمی که در ادامه آمده است، هر حرف بیانگر یک رقم است و حروف مختلف بیانگر ارقام مختلف هستند. ارقام را مشخص کنید.

$$\begin{array}{r} ABC \\ \times\ \ C \\ \hline DBC \end{array}$$

پاسخ:

رقم یکان C ضربدر C، برابر با C شده است؛ پس C فقط می‌تواند ۰ یا ۱ یا ۵ یا ۶ باشد:

$C=۰ \Longrightarrow$ امکان پذیر نیست

$C=۱ \Longrightarrow$ امکان پذیر نیست

$C=۵ \Longrightarrow \begin{cases} B=۲ \to A=۱, D=۶ \to ۱۲۵\times ۵=۶۲۵ \\ B=۷ \to A=۱, D=۸ \to ۱۷۵\times ۵=۸۷۵ \end{cases}$

$C=۶ \Longrightarrow$ امکان پذیر نیست

۳. **(۱ امتیاز)** علی ادعا می‌کند که در الگوی زیر، تمامی اعداد، اول خواهند بود. درستی ادعای او را بررسی کنید.

۳۱ و ۳۳۱ و ۳۳۳۱ و ۳۳۳۳۱ و ...

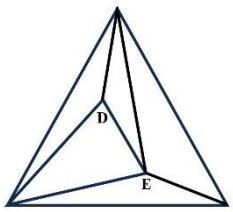
پاسخ.

۳۳۳۳۳۳۳۳۱ مضرب ۱۷ است.

این مساله را لئوناردو داوینچی مطرح کرد و نشان داد که پانزدهمین عدد هم بر ۳۱ بخش‌پذیر است.

۴. **(۲ امتیاز)** فرض کنید درون مثلث متساوی‌الاضلاع ABC دو نقطه E و D داده شده است. اگر کل شکل را مثلث بندی کنیم، ۵ مثلث حاصل می‌شود.

اگر به جای دو نقطه، ۱۰ نقطه درون مثلث بود و مثلث بندی می‌کردیم، چند مثلث حاصل می‌شد؟ چرا؟



پاسخ.

می‌توانید الگوی سادهٔ آن را پیدا کنید:

نقطه	۱	۲	۳	...	n
مثلث	۳	۵	۷	...	$۲n+۱$

پس اگر ۱۰ نقطه باشد، ۲۱ مثلث حاصل می‌شود. اثبات چرایی این مساله یک راه حل خلاقانه دارد.

مجموع زوایای مثلث‌ها را از دو راه مختلف می‌شماریم:

تعداد نقطه ها × ۳۶۰ + ۱۸۰ = تعداد مثلث ها × ۱۸۰

تعداد نقطه ها × ۲ + ۱ = تعداد مثلث ها