



۱ گزینه ۴

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

پاسخ تشریحی: محور تقارن سهمی $y = ax^2 + bx + c$ خط $x = -\frac{b}{2a}$ است.

$$x = -\frac{-(3a+1)}{2a} = \frac{3a+1}{2a} = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow y = x^2 - 4x \xrightarrow{x=2} y_s = 4 - 8 = -4$$

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

۲ گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

$$\begin{cases} 2x^2 + 3mx - 2 = 0 \\ x^2 + mx - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 + 3mx - 2 = 0 \\ -2x^2 - 2mx + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\text{جمع} \Rightarrow mx + 2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{m}$$

چون $x > 0$ است پس $m < 0$ است. این ریشه مشترک را در معادلات جایگزین می‌کنیم.

$$\begin{cases} \frac{8}{m^2} - 6 - 2 = 0 \Rightarrow m^2 = 1 \\ \frac{4}{m^2} - 2 - 2 = 0 \Rightarrow m^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow m = -1$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, -\frac{1}{2} \\ x^2 - x - 2 \Rightarrow x = 2, -1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{1}{2} - 1 = -\frac{3}{2}$$

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

۳ گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

$$\frac{2x+1}{x+2} < 1 \Rightarrow \frac{2x+1}{x+2} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{x-1}{x+2} < 0 \Rightarrow -2 < x < 1$$

$$\frac{2x+1}{x+2} > -2 \Rightarrow \frac{2x+1}{x+2} + 2 > 0 \Rightarrow \frac{4x+5}{x+2} > 0 \Rightarrow x < -2 \text{ یا } x > -\frac{5}{4}$$

از اشتراک دو جواب بالا به بازه $(-\frac{5}{4}, 1)$ می‌رسیم که شامل اعداد صحیح -1 و 0 است.



سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۲ ۴

پاسخ تشریحی:

$$\sqrt{x^2 + 2x + 3} = 3 - x \xrightarrow{x \leq 3} x^2 + 2x + 3 = (3 - x)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 3 = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow 8x = 6 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$$

$$\left[\frac{-1}{a} \right] = \left[-\frac{4}{3} \right] = -2$$

گزینه ۴ ۵

پاسخ تشریحی:

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

$$|x - 2| = t \Rightarrow t^2 + t = 12 \Rightarrow \begin{cases} t = 3 \Rightarrow |x - 2| = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases} \\ t = -4 \end{cases}$$

پس حاصل ضرب جوابها، برابر ۵- است.

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۲ ۶

پاسخ تشریحی:

فرض کنید $f(x) = ax + 2$ و $g(x) = b(x + 2)$

$$f^{-1} - g = \frac{x - 2}{a} - bx - 2b = \left(\frac{1}{a} - b\right)x - \frac{2}{a} - 2b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} - b = 1 \Rightarrow 1 - ab = a \\ -\frac{2}{a} - 2b = 0 \Rightarrow ab = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) = 2x + 2 \\ g(x) = -\frac{1}{2}x - 1 \end{cases} \Rightarrow g \circ f(2) = g(6) = -4$$

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۳ ۷

پاسخ تشریحی:

$$f \circ g(x) = \frac{g(x)}{g(x) - 1} = -x \Rightarrow g(x) = -xg(x) + x$$

$$\Rightarrow (x + 1)g(x) = x \Rightarrow g(x) = \frac{x}{x + 1} \Rightarrow$$

$$g(x - 1) = \frac{x - 1}{x - 1 + 1} = \frac{x - 1}{x} = 1 - \frac{1}{x}$$

پاسخ تشریحی: در تابع هموگرافیک $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ اگر $a = -d$ باشد، آن گاه تابع، بر وارون خود منطبق است.

$$f = f^{-1} \Rightarrow f \cdot f(x) = f(2x) \Rightarrow f(x) = 2x \Rightarrow \frac{2x+3}{x-2} = 2x$$

$$2x^2 - 6x - 3 = 0 \Rightarrow \alpha + \beta = 3$$

پاسخ تشریحی:

$$y = (x-3)^2 - 2(x-3) + 5 \Rightarrow y = x^2 - 8x + 20$$

$$y = (-x)^2 - 8(-x) + 20 \Rightarrow y = x^2 + 8x + 20$$

معادله سهمی به دست آمده را با خط $y = -x$ مساوی قرار می‌دهیم.

$$x^2 + 8x + 20 = -x \Rightarrow x^2 + 9x + 20 = 0 \Rightarrow x = -4, -5$$

پاسخ تشریحی:

$$\begin{cases} y = 2f\left(3 - \frac{x}{2}\right) \\ x = 2, y = a \end{cases} \Rightarrow a = 2f\left(3 - \frac{2}{2}\right) \Rightarrow f(2) = \frac{a}{2}$$

$$\begin{cases} y = 3 - f(x+2) \\ x = b, y = 2 \end{cases} \Rightarrow 2 = 3 - f(b+2) \Rightarrow f(b+2) = 1$$

$$\begin{cases} b+2 = 2 \Rightarrow b = 0 \\ \frac{a}{2} = 1 \Rightarrow a = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2$$

پاسخ تشریحی:

$$\text{قرینه نسبت به مبدأ} = -f(-x) \Rightarrow y = -\frac{-x+2}{-2x-1} = \frac{2-x}{2x+1}$$

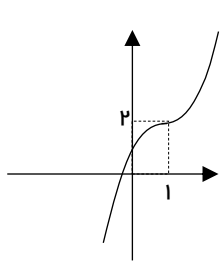
$$\text{طول نقاط نصف} = f(2x) \Rightarrow y = \frac{2-2x}{4x+1} \quad y = 0 \Rightarrow \frac{2-2x}{4x+1} = 0 \Rightarrow x = 1$$



گزینه ۴ ۱۲

پاسخ تشریحی:

نمودار x^3 را دو واحد به چپ و b واحد به بالا انتقال داده ایم.



$$\begin{cases} f(x) = -(x+2)^3 + b \Rightarrow a = -2 \\ f(-1) = 0 \Rightarrow -1 + b = 0 \Rightarrow b = 1 \end{cases}$$

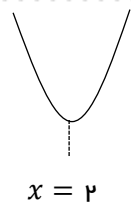
$$y = (x-b)^3 - a = (x-1)^3 + 2$$

نمودار این تابع از ناحیه چهارم عبور نمی‌کند.

گزینه ۱ ۱۳

باید $x = 2$ طول رأس سهمی و $a > 0$ باشد.

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت



$$2 = -\frac{b}{2a} = -\frac{a-5}{2a} \Rightarrow 4a = -a+5 \Rightarrow a = 1$$

گزینه ۲ ۱۴

پاسخ تشریحی:

اگر $f(a) < f(b)$ و f اکیداً نزولی باشد، آنگاه $a > b$ است.

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

$$f(x^2 - 6x) < f(-8) \Rightarrow x^2 - 6x > -8$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 8 > 0 \Rightarrow x < 2 \text{ یا } x > 4$$

از طرفی باید $x^2 - 6x < 0 \Rightarrow 0 < x < 6$ در دامنه f باشد.

پس $0 < x < 2$ و یا $4 < x < 6$ است که فقط $x = 1$ و $x = 3$ صحیح‌اند.

گزینه ۱ ۱۵

پاسخ تشریحی:

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

$$f(2) = 0 \Rightarrow 8 - 12 + 2a + 2 = 0 \Rightarrow a = 1$$

باقی‌مانده $f(x+1)$ بر $x+3$ به ازای $x = -3$ به دست می‌آید.

$$\begin{cases} R = f(x+1) \\ x = -3 \end{cases} \Rightarrow R = f(-2) = -8 - 12 - 2a + 2 = -20$$

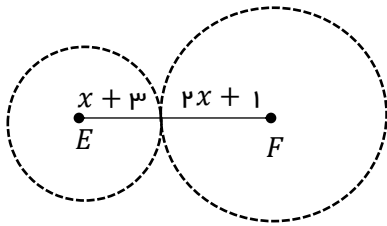
پاسخ تشریحی: جواب مسئله اشتراک دایره‌ای به مرکز E و به شعاع $x + 3$ و دایره‌ای به مرکز F

و شعاع $2x + 1$ می‌باشد، با توجه به سؤال این دو دایره بر هم مماس هستند. به عبارتی

$$\text{در نتیجه: } 2x + 6 = 2x + 1 + x + 3$$

$$\Rightarrow 6 = x + 4 \Rightarrow x = 2$$

$$EF = 2(2) + 6 = 10$$



البته دو دایره می‌توانند مماس داخل نیز باشند که در اینصورت خواهیم داشت.

$$2x + 6 = |(2x + 1) - (x + 3)| = |x - 2|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 6 = x - 2 \Rightarrow x = -8 & \text{غقق} \\ 2x + 6 = 2 - x \Rightarrow 3x = -4 \Rightarrow x = -\frac{4}{3} & \text{غقق} \end{cases}$$

نشانی
سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

پاسخ تشریحی: نکته: اگر EF ساق را به نسبت $\frac{m}{n}$ تقسیم کند. خواهیم داشت:

$$\text{در نتیجه: } \frac{m \times DC + n \times AB}{m + n} = EF$$

$$\frac{3 \times 12 + 2 \times x}{5} = 10/4 \Rightarrow 36 + 2x = 52 \Rightarrow 2x = 52 - 36 = 16 \Rightarrow x = 8$$

نشانی
سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت



گزینه ۳ ۱۸

پاسخ تشریحی:

$$\Delta BAC: BE^2 = AE \times EC \quad (\text{روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه})$$

$$\Rightarrow 6^2 = 9 \times CE \Rightarrow CE = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S_{ABE} = \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27 \\ S_{BEC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12 \end{cases} \Rightarrow S_{ABC} = 27 + 12 = 39$$

$$\begin{cases} AE = 9 \\ CE = 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{DCE}} = \frac{9}{4}$$

$$S_{ADC} = S_{ABC} = 39 = S_{ADE} + S_{DEC} = \frac{9}{4}S_{DEC} + S_{DEC} = \frac{13}{4}S_{DEC} = 39$$

$$S_{DEC} = \frac{4 \times 39}{13} = 12$$

نشانی

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۴ ۱۹

پاسخ تشریحی: اگر یک کایت با قطرهای برابر و عمود بر هم در نظر بگیرید به‌طوری‌که قطرهای منصف یکدیگر

نباشند، موارد ۱ و ۲ را نقض می‌کند و مثال نقض گزینه ۳، مستطیل است. گزینه ۴ همواره صحیح بوده و

مثال نقض ندارد.

نشانی

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۱ ۲۰

پاسخ تشریحی:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \quad b \geq 3, \quad i \geq 0 \quad (i = b + 5)$$

$$= \frac{b}{2} + b + 5 - 1 = \frac{3b}{2} + 4 = \frac{3(3)}{2} + 4 = 8/5$$

نشانی

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

پاسخ تشریحی:

$$AB = A \Rightarrow AB \times A = A \times A \Rightarrow \begin{matrix} ABA = A^2 \\ BA = B \end{matrix} \Rightarrow A(BA) = A^2 \Rightarrow$$

$$AB = A^2 \Rightarrow A = A^2$$

نشانی	آسان	متوسط	سخت	خیلی سخت
سطح				

پاسخ تشریحی:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{5} \\ \frac{\sqrt{5}}{5} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{5} \\ \frac{\sqrt{5}}{5} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$A^{1403} = A^{1402} \times A = (A^2)^{701} \times A = I^{701} \times A = A = mA \Rightarrow m = 1$$

نشانی	آسان	متوسط	سخت	خیلی سخت
سطح				

پاسخ تشریحی:

$$(A - B)^2 = A^2 + B^2 - AB - BA = A^2 + B^2 - (AB + BA)$$

$$\Rightarrow AB + BA = A^2 + B^2 - (A - B)^2$$

$$(A - B)^2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow AB + BA = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

نشانی	آسان	متوسط	سخت	خیلی سخت
سطح				



گزینه ۳ ۲۴

پاسخ تشریحی:

$$A = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ & ۴ \\ ۴ & ۶ & ۸ \\ ۶ & ۹ & ۱۲ \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} m-۱ & ۳ & ۴ \\ ۴ & n+۲ & ۸ \\ ۶ & ۹ & k+۱ \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} m-۱ &= ۲ \Rightarrow m = ۳ \\ n+۲ &= ۶ \Rightarrow n = ۴ \\ k+۱ &= ۱۲ \Rightarrow k = ۱۱ \end{aligned} \Rightarrow m+n-k = ۳+۴-۱۱ = -۴$$

نشانی

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۳ ۲۵

پاسخ تشریحی:

$$AB = BA \Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۵ & ۱ \\ ۲ & ۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۵ & ۱ \\ ۲ & ۵ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

روش اول:

$$\begin{aligned} \text{طرف اول: } & \begin{bmatrix} ۵a+۲b & a+۵b \\ ۵c+۲d & c+۵d \end{bmatrix} & \Rightarrow & \begin{aligned} ۵a+۲b &= ۵a+c \Rightarrow c=۲b \\ a+۵b &= ۵b+d \Rightarrow a=d \end{aligned} \\ \text{طرف دوم: } & \begin{bmatrix} ۵a+c & ۵b+d \\ ۲a+۵c & ۲b+۵d \end{bmatrix} & \Rightarrow & \begin{aligned} ۲a+۵c &= ۵c+۲d \Rightarrow a=d \\ ۲b+۵d &= c+۵d \Rightarrow ۲b=c \end{aligned} \end{aligned}$$

روش دوم:

اگر $A = \begin{bmatrix} m & n \\ p & q \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ و $AB = BA$ باشد، خواهیم داشت:

$$\frac{a-d}{m-q} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p}$$

$$\frac{۵-۵}{a-d} = \frac{۱}{b} = \frac{۲}{c} \rightarrow \begin{cases} a = d \\ c = ۲b \end{cases}$$

در مثال فوق:

نشانی

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

۲۶ گزینه ۳

پاسخ تشریحی: همه انتخاب‌ها مثال نقض هستند مگر این که $x = 0$ (که غیرممکن است) و یا $y - 1 = 0$. بنابراین برای x به تعداد ۶ انتخاب و برای y به تعداد ۵ انتخاب وجود داشته و 6×5 یعنی ۳۰ درست است.

نشانی	آسان	متوسط	سخت	خیلی سخت
سطح				

۲۷ گزینه ۲

پاسخ تشریحی: شماره‌های ۳۵ محدودترند بنابراین در ابتدا تمام جواب‌های $2n - 1 | 35$ را می‌یابیم:

$$2n - 1 = 35 \Rightarrow n = 18$$

$$2n - 1 = 7 \Rightarrow n = 4$$

$$2n - 1 = 5 \Rightarrow n = 3$$

$$2n - 1 = 1 \Rightarrow n = 1$$

از بین اعداد فوق دو عدد $n = 1$ و $n = 4$ در رابطه دوم نیز صدق می‌کنند.

نشانی	آسان	متوسط	سخت	خیلی سخت
سطح				

۲۸ گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} d | 15k + 2 \times (-2) \\ d | 6k + 5 \times (5) \end{array} \right\} \Rightarrow d | 25 - 4 \Rightarrow d | 21$$

پاسخ تشریحی:

$$\Rightarrow d \in \{1, 3, 7, 21\}$$

$d = 21$ و $d = 3$ امکان ندارد چون $6k + 5$ هرگز نمی‌تواند م ضرب ۳ باشد. $(15k + 2)$ نیز

(همین‌طور)

نشانی	آسان	متوسط	سخت	خیلی سخت
سطح				



گزینه ۴ ۲۹

پاسخ تشریحی:

$$\left. \begin{aligned} a = 72k + 43 &\Rightarrow a = 6k' + 1 \Rightarrow 2a = 6k'' + 2 \\ b = 30q + 22 &\Rightarrow b = 6q' + 4 \Rightarrow 5b = 6q'' + 20 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$5b - 2a = 6l + 18 = 6l' + 0$$

(می‌توانستید a را برابر ۴۳ و b را برابر ۲۲ قرار داده و با عددگذاری مسأله را حل کنید)

نشانی
سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۱ ۳۰

پاسخ تشریحی:

$$\begin{aligned} (p \vee q) \Rightarrow r &\equiv \sim (p \vee q) \vee r \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee r \\ &\equiv (\sim p \vee r) \wedge (\sim q \vee r) \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \end{aligned}$$

نشانی
سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۳ ۳۱

پاسخ تشریحی: اگر $a \leq 9$ آن‌گاه $A \cup C$ برابر $[2, 24]$ شده رابطه داده شده برقرار می‌شود.

$$(a = 6 \text{ یا } a = 7 \text{ یا } a = 8 \text{ یا } a = 9)$$

اگر $a \geq 10$ آن‌گاه $a - \frac{5}{p}$ در B بوده ولی نه در A است و نه در C .

نشانی
سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۱ ۳۲

پاسخ تشریحی:

$$\frac{\binom{n}{3}}{\binom{n}{2}} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{6} = \frac{5}{3} \cdot \frac{n \cdot (n-1)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{n-2}{3} = \frac{5}{3} \Rightarrow n = 7 \Rightarrow ? = \binom{7}{5} = 21$$

نشانی
سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

پاسخ تشریحی:

--	--	--	--	--	--

* یکی از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ را انتخاب کرده و در جایگاه یکان قرار می‌دهیم که این کار به $\binom{4}{1}$ یعنی ۴ طریق میسر است.

* صفر را در یکی از جایگاه‌های دهگان، صدگان، هزارگان یا ده‌هزارگان قرار می‌دهیم که این کار نیز به ۴ طریق میسر است.

* چهار رقم باقی‌مانده را به ۴! طریق در چهار خانه باقی مانده قرار می‌دهیم.

پس: $4! \times 4 \times 4 = 24 \times 16 = 384 = ?$

نشانی				
سطح	آسان	متوسط	سخت	خیلی سخت

پاسخ تشریحی:

باید k حاصل ضرب دو عدد متوالی باشد.

$$k = t \cdot (t + 1) \geq 10000 \Rightarrow t_{min} = 32 \Rightarrow k_? = 1056$$

نشانی				
سطح	آسان	متوسط	سخت	خیلی سخت

پاسخ تشریحی:

$$\begin{array}{r|l} -79 & 11 \\ -88 & -8 = q \end{array} \Rightarrow 3r - 2q = 27 + 16 = 43$$

$r = 9$

نشانی				
سطح	آسان	متوسط	سخت	خیلی سخت

گزینه ۱ ۳۶

پاسخ تشریحی:

$$\frac{25/4}{h} \times \frac{10^5}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ in}}{2/54 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = \frac{10^6}{12 \times 60} \frac{\text{ft}}{\text{min}} = \frac{12500}{9} \frac{\text{ft}}{\text{min}}$$

گزینه ۲ ۳۷

پاسخ تشریحی:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}} = \frac{200 + 200}{\frac{200}{2} + \frac{200}{1/2}} = \frac{2}{\frac{1}{2} + \frac{1}{1/2}} = \frac{2}{3/2} = \frac{12}{6} = 1/5 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

گزینه ۲ ۳۸

پاسخ تشریحی: جملات «الف»، «ب» و «ه» صحیح هستند.

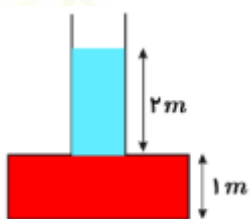
افزایش دما نیروی هم‌چسبی و دگرچسبی را کاهش می‌دهد و افزایش ناخالصی باعث کاهش نیروی هم‌چسبی می‌شود. بنابراین جمله‌های «الف» و «ب» صحیح هستند. در مورد جمله «ب» دقت کنیم که مایع به شکل قطره باقی‌مانده است یعنی نیروی هم‌چسبی از نیروی دگرچسبی بین مایع و شیشه قوی‌تر است. با افزایش دما هم نیروی هم‌چسبی و هم نیروی دگرچسبی کاهش می‌یابد ولی ممکن است کاهش نیروی هم‌چسبی شدیدتر باشد و باعث شود که نیروی هم‌چسبی کمتر از نیروی دگرچسبی شود. پس جمله «ب» صحیح است. در جمله «ج» با افزایش دما و کاهش نیروی هم‌چسبی قطرات کوچک‌تر می‌شوند. در جمله «د» دقت شود که نیروهای بین مولکولی در فاصله‌های کوتاه برقرار می‌شوند. افزایش دما باعث افزایش جنبش ذرات می‌شود و باعث می‌شود در قسمت شکسته شده ذرات در لحظاتی به هم نزدیک شوند و نیروی بین مولکولی مجدداً برقرار شود.

گزینه ۱ ۳۹

پاسخ تشریحی: ابتدا فشار کف ظرف را در حالت اول محاسبه می‌کنیم:

$$P_1 = P_{\text{مایع}} + P_{\text{هوا}} = \rho gh + P_0 = 2000 \times 10 \times 1 + 10^5 = 1/2 \times 10^5 \text{ pa}$$

با توجه به این که مایع دوم چگال تر است کف ظرف را می گیرد و مایع اولی بالا می آید. با توجه به اینکه حجم مایع اضافه شده دقیقاً برابر قسمت پایینی ظرف است داریم:



$$P_2 = P_{\text{مایع جدید}} + P_{\text{مایع قبلی}} + P_{\text{هوا}}$$

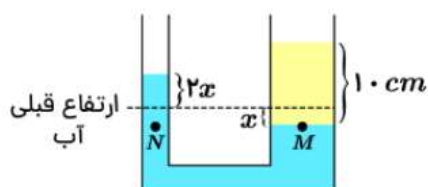
$$= 4000 \times 10 \times 1 + 2000 \times 10 \times 2 + 10^5 = 1/8 \times 10^5$$

$$\text{درصد افزایش فشار} = \frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = \frac{0/6 \times 10^5}{1/2 \times 10^5} \times 100 = 50$$

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۱ ۴۰

پاسخ تشریحی: هنگامی که روغن را به شاخه سمت راست اضافه می کنیم آب به اندازه x پایین می رود و سمت چپ به اندازه $2x$ از ارتفاع قبلی بالا می رود و آب در دو شاخه به اندازه $3x$ اختلاف ارتفاع پیدا می کند بنابراین داریم:



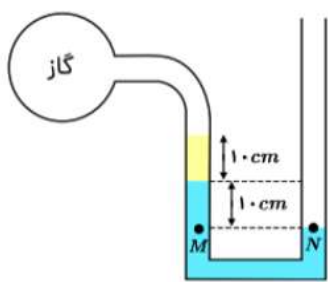
$$P_M = P_N$$

$$0/8 \times 10 = 1 \times 3x \Rightarrow 3x = 8$$

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۴ ۴۱

پاسخ تشریحی:



$$P_M = P_N$$

$$P_1 + P_2 + P_{\text{گاز}} = P_{\text{هوا}}$$

$$P_{\text{گاز}} - P_{\text{هوا}} = -P_1 - P_2 = -\rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2$$

$$P_{\text{پیمانه ای}} = -2000 \times 10 \times 0/1 - 1500 \times 10 \times 0/1$$

$$P_{\text{پیمانه ای}} = -3500 \text{ pa}$$

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۴ ۴۲

پاسخ تشریحی:

هر چه آب پایین تر بیاید سرعت آن بیشتر می شود و طبق معادله پیوستگی ($A_1 V_1 = A_2 V_2$) با افزایش سرعت سطح مقطع کاهش می یابد.



گزینه ۱ ۴۳

پاسخ تشریحی:

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi(R^3 - \frac{R^3}{8})} = \frac{8}{7}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1}$$

$$\frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} = \frac{x}{\frac{0}{0.2}} \quad xA_1 = 100 \times 2\alpha \times \Delta\theta_1 = \frac{0}{0.2} \Rightarrow \frac{8}{7} = \frac{x}{\frac{0}{0.2}} \Rightarrow x = \frac{16}{7}$$

$$\frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} = \frac{8}{7} \quad xA_2 = 100 \times 2\alpha \times \Delta\theta_2 = x$$

گزینه ۴ ۴۴

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

پاسخ تشریحی: در مرحله اول که شاهد افزایش‌ها هستیم:

$$Q = pt = mc\Delta\theta$$

$$p = \frac{mc\Delta\theta}{15}$$

در مرحله دوم تنها نیمی از جسم دچار تغییر حالت می‌شود:

$$pt = \frac{m}{2} L_F$$

$$\frac{12 \times \overset{90}{\Delta\theta}}{15} \times t = \frac{12}{2} \times \overset{60}{L_F} \Rightarrow 6t = 30 \Rightarrow t = 5 \quad (15 + 5) \Rightarrow t = 20 \text{ در}$$

گزینه ۲ ۴۵

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

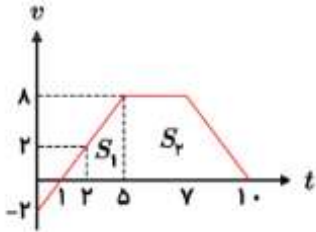
فشار ۴atm پیمانه‌ای است در نتیجه فشار گاز در حالت اول ۵atm است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{5 \times 12}{280} = \frac{P_2 \times 25}{350} \Rightarrow P_2 = 3atm$$

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۳ ۴۶

پاسخ تشریحی: معادله خط اول $v = 2t - 2$ است. بنابراین لحظه تقاطع $t = 1s$ و در لحظه $t = 2s$ سرعت جسم $\frac{m}{s}$ است. سطح زیر نمودار سرعت زمان برابر جابه‌جایی است.



$$\Delta x = s_1 + s_2 = \left(\frac{2+8}{2}\right) \times 4 + \left(\frac{2+8}{2}\right) \times 5 = 43$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{43}{8} \frac{m}{s}$$

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۱ ۴۷

پاسخ تشریحی: شیب خط وصل کننده دو نقطه باید مثبت باشد و شیب خط مماس به نمودار در این بازه باید مرتباً کاهش یابد.

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۴ ۴۸

پاسخ تشریحی: با توجه به اینکه متحرک حرکت یکنواخت می‌کند داریم:

$$\frac{l'}{l} = \frac{\lambda \Delta t'}{\lambda \Delta t} = \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{4}{3}$$

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۴ ۴۹

پاسخ تشریحی: راه حل اول:

$$\begin{cases} x_A = V_A t + x_{oA} \\ x_B = V_B t + x_{oB} \end{cases} \xrightarrow{x_{A\phi} = x_{B\phi}, x_{oB} = x_{oA} + 50} 6V_{oA} + x_{oA} = 6V_B + x_{oA} + 50$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = \frac{50}{6} = \frac{25}{3} \frac{m}{s} \Rightarrow x_A - x_B = 120 \Rightarrow V_A t + x_{oA} - (V_B t + x_{oB}) = 120$$

$$\Rightarrow t(V_A - V_B) + \underbrace{x_{oA} - x_{oB}}_{-50m} = 120 \Rightarrow \frac{25}{3} t = 170 \Rightarrow t = \frac{102}{5} = 20.4$$

راه حل دوم: مثلث‌های MNO و QPO متشابه‌اند. پس:

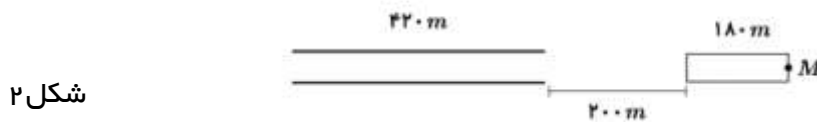
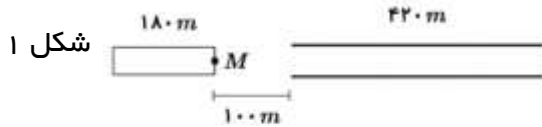
$$\frac{MN}{PQ} = \frac{OH}{OH'} \Rightarrow \frac{50}{120} = \frac{6}{OH'} \Rightarrow OH' = 14/4$$

$$t = OH + OH' = 6 + 14/4 = 20/4s$$

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۵۰

پاسخ تشریحی:



$$t = \frac{\Delta x_M}{V_M} = \frac{(100 + 420 + 200 + 180)}{30} = \frac{900}{30} = 30s$$

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۵۱

پاسخ تشریحی:

$$\Delta x_{v-5} = \frac{v_0 + v_5}{2} \Delta t_{v-5} \Rightarrow -9 = \frac{v_5}{2} \times 3 \Rightarrow v_5 = -6 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{v_5 - v_0}{5 - 0} = \frac{-6 - 0}{5} = -1.2 \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -1.2t + v_0 \xrightarrow{v=0} 0 = -1.2(2) + v_0 \Rightarrow v_0 = 2.4 \frac{m}{s}$$

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۵۲

پاسخ تشریحی:

ابتدا مسافتی که بعد از ترمز گرفتن طی می‌کند تا متوقف شود را محاسبه می‌کنیم:

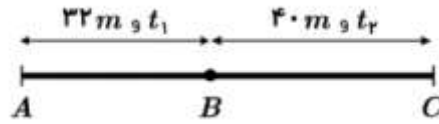
$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 30^2 = 2(-5)\Delta x = 90m$$

بنابراین در زمان واکنش حداکثر $10m$ را می‌تواند طی کند و با توجه به سرعت ثابت زمان واکنش داریم:

$$t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} s$$

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۳ ۵۳



پاسخ تشریحی:

$$\begin{cases} \Delta x_{AB} = \frac{1}{2} a t_1^2 = 32 \\ \Delta x_{AC} = \frac{1}{2} a (t_1 + t_2)^2 = 72 \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta x_{AC}} = \frac{4}{9} = \frac{t_1^2}{(t_1 + t_2)^2} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{t_1}{t_1 + t_2} \Rightarrow t_1 = 2t_2$$

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۲ ۵۴

پاسخ تشریحی:

گزینه ۲ لحظه تغییر جهت متحرک لحظه ۴s است. با توجه به این موضوع در دو ثانیه دوم (۲s تا ۴s) تغییر جهت نداریم و:

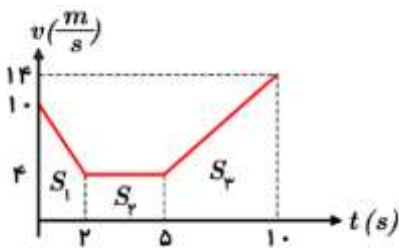
$$L_{2-4} = |\Delta x_{2-4}| = \left| \frac{v_2 + v_4}{2} \times \Delta t \right| = \left| \frac{4 + 0}{2} \times 2 \right| = 4m$$

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{4}{2} = 2 \frac{m}{s}$$

گزینه ۱ ۵۵

پاسخ تشریحی:

ابتدا نمودار $v - t$ را رسم می‌کنیم.



$$\Delta x = \text{سطح زیر نمودار} = S_1 + S_2 + S_3$$

$$\Delta x = \frac{(10 + 4)}{2} \times 2 + 4 \times 3 + \frac{(4 + 14)}{2} \times 5$$

$$= 14 + 12 + 45 = 71 m \Rightarrow \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{71}{10} = 7.1 \frac{m}{s}$$

شیمی ۲

تعداد سؤالات: ۲۰

زمان

بودجه‌بندی: دهم: فصول ۱ و ۲ - فصل ۳ تا صفحه ۱۱۲ - دوازدهم: فصل ۱ صفحات ۱ تا ۲۴

۲۰'

گزینه ۴ ۵۶

پاسخ تشریحی: با توجه به اینکه مجموع فراوانی هردو ایزوتوپ ۱۰۰ درصد است، می‌توانیم فراوانی ایزوتوپ دوم را با $(100 - F_1)$ و فراوانی ایزوتوپ اول را با F_1 نشان دهیم:

$$47/6 = \frac{(F_1 \times 46) + [48 \times (100 - F_1)]}{100} \Rightarrow$$

$$4760 + 46F_1 + 4800 - 48F_1 \Rightarrow 2F_1 = 40 \Rightarrow F_1 = 20\%$$

$F_2 = 100 - 20 = 80\%$ می‌باشد ^{48}X ۸۰٪ اتم‌های سازنده نمونه ایزوتوپ سنگین ^{48}X

$$100gX \times \frac{1 \text{ mol } X}{47/6 g} \times \frac{6/02 \times 10^{23} X \text{ اتم}}{1 \text{ mol } X} \times \frac{80 \text{ اتم } ^{48}X}{100 X \text{ اتم}} = 1/01 \times 10^{24} \text{ اتم } ^{48}X$$

نشانی	شیمی ۱ - فصل ۱
سطح	آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۴ ۵۷

پاسخ تشریحی: نکته: فلزهای قلیایی در گروه اول جدول هستند. هیدروژن در گروه ۱ جدول است اما جزو فلزهای قلیایی نیست. به این ترتیب گروه ۱ مثل گروه ۱۸ دارای هفت عضو است.

گزینه ۴ نادرست است. گروه‌های چهارم تا دوازدهم جدول ۴ عضو دارند.

نشانی	شیمی ۱ - فصل ۱
سطح	آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۳ ۵۸

پاسخ تشریحی: جمله اول درست است. ^{32}Ge در دوره چهارم و گروه چهاردهم و هم گروه با ^{34}Si است. جمله دوم درست است.

جمله سوم نادرست است. آرایش $2p^6 2s^2$ می‌تواند مربوط به کاتیون‌ها و آنیون‌های هم‌الکترون با ^{10}Ne نیز باشد.

جمله چهارم نادرست است. رنگ سبز در طیف نشری خطی نشری لیتیم وجود ندارد و مقایسه انرژی به صورت قرمز > زرد > آبی > نیلی می‌باشد.

نشانی	شیمی ۱ - فصل ۱
سطح	آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۴ ۵۹

پاسخ تشریحی: آ) در Ca_3N_2 نسبت شمار کاتیون به آنیون برابر $\frac{3}{2}$ می‌باشد.

ب) الکترون‌های ظرفیتی هر اتم کلر ۷ و سه اتم کلر در مجموع ۲۱ الکترون ظرفیتی دارند. پس اتم M دارای ۵ الکترون ظرفیتی و در گروه ۱۵ می‌باشد.

نشانی	شیمی ۱ - فصل ۱
سطح	آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۴ ۶۰

پاسخ تشریحی:

$$N_p O_x = 28 + 16x$$

$$\frac{28 + 16x \text{ g}}{1080 \text{ g}} = \frac{16x \text{ g}}{800 \text{ g}} \Rightarrow x = 5 \Rightarrow N_p O_5 \Rightarrow 2 + 5 = 7 = \text{مجموع زیروندها}$$

نشانی	شیمی ۱ - فصل ۱
سطح	آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۲ ۶۱

پاسخ تشریحی: جمله اول: هلیم - نقطه جوش هلیم $-269^\circ C$ و نقطه جوش آرگون $-186^\circ C$ است.

جمله دوم: هلیم - آرگون - هر دو گاز در جوش کاری کاربرد دارند.

جمله سوم: هلیم - آرگون - ویژگی‌های هر دو گاز است.

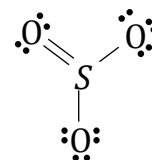
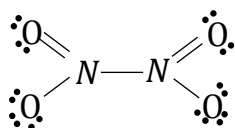
جمله چهارم: هلیم

جمله پنجم: آرگون

نشانی	شیمی ۱ - فصل ۲
سطح	آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۲ ۶۲

پاسخ تشریحی:



با توجه به تعداد پیوندهای تشکیل شده و الکترون‌های ناپیوندی روی اتم‌ها X در گروه ۱۵ (مثل N) و

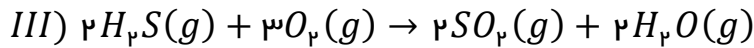
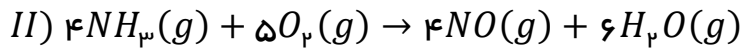
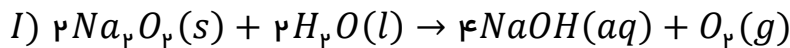
Y در گروه ۱۶ (مثل S) می‌باشند.

نشانی	شیمی ۱ - فصل ۲
سطح	آسان متوسط سخت خیلی سخت



گزینه ۳ ۶۳

پاسخ تشریحی: معادله‌های موازنه شده به صورت زیر است.



$$۱ + ۵ + ۳ = ۹$$

نشانی	شیمی ۱ - رد پای گازها
سطح	آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۱ ۶۴

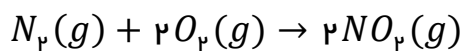
پاسخ تشریحی: مس (I) سولفید: CuS مس (I) اکسید: $Cu_۲O$

$$\frac{\text{جرم مس}}{\text{جرم اکسیژن}} = \frac{۲ \times ۶۴}{۱۶} = ۸$$

نشانی	شیمی ۱ - فصل ۲
سطح	آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۲ ۶۵

پاسخ تشریحی: جمع دو معادله پس از موازنه را می‌توان به صورت زیر نوشت:



$$NO_۲ \text{ مولکول } X = ۵۰۰ LN_۲ \times \frac{۱ \text{ mol } N_۲}{۲۲/۴ N_۲} \times \frac{۲ \text{ mol } NO_۲}{۱ \text{ mol } N_۲} = \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{ مولکول}}{۱ \text{ mol } NO_۲} =$$

$$\text{مولکول } NO_۲ : ۲/۶۸ \times ۱۰^{۱۹}$$

نشانی	شیمی ۱ - رد پای گازها
سطح	آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۳ ۶۶

پاسخ تشریحی: ابتدا به کمک درصد جرمی‌های داده شده انحلال‌پذیری نمک A را در دو دمای داده شده را به دست می‌آوریم و معادله انحلال‌پذیری در هر دما را می‌نویسیم:

$$۲۰^\circ C \text{ دمای } \Rightarrow \frac{۵۰g \text{ نمک}}{S_۱} = \frac{(۱۰۰ - ۵۰)g \text{ آب}}{۱۰۰g \text{ آب}} \Rightarrow S_۱ = ۱۰۰g$$

$$۴۰^\circ C \text{ دمای } \Rightarrow \frac{۶۰g \text{ نمک}}{S_۲} = \frac{(۱۰۰ - ۶۰)g \text{ آب}}{۱۰۰g \text{ آب}} \Rightarrow S_۲ = ۱۵۰g$$

$$S = a\theta + S_0 \Rightarrow \begin{cases} ۲۰^\circ C \text{ دمای } \Rightarrow ۱۰۰ = ۲۰\theta + S_0 \\ ۴۰^\circ C \text{ دمای } \Rightarrow ۱۵۰ = ۴۰\theta + S_0 \end{cases} \Rightarrow S - ۱۰۰ = \frac{۵۰}{۲۰}(\theta - ۲۰)$$

$$\Rightarrow S = ۲/۵\theta + ۵۰$$

نشانی	شیمی ۱ - آب آهنگ زندگی
سطح	آسان متوسط سخت خیلی سخت

پاسخ تشریحی:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

$$684 = \frac{x}{500} \times 10^6 \Rightarrow 0.342 \text{ g } Al_2(SO_4)_3$$

$$x Al^{3+} = 0.342 \text{ g } Al_2(SO_4)_3 \times \frac{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3}{342 \text{ g } Al_2(SO_4)_3} \times \frac{2 \text{ mol } Al^{3+}}{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3} \times$$

$$\frac{6/0.2 \times 10^{23} Al^{3+}}{1 \text{ mol } Al^{3+}} = 1/204 \times 10^{21} Al^{3+} \text{ یون}$$

نشانی شیمی ۱ - آب آهنگ زندگی

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

پاسخ تشریحی: جرم $NaCl$ را در هر محلول محاسبه و با هم جمع می‌کنیم و در جرم نهایی محلول به دست آمده درصد جرمی $NaCl$ را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد جرمی محلول} = \frac{(200 \times \frac{20}{100}) + (400 \times \frac{25}{100})}{200 + 400} \times 100 = 23/33\%$$

نشانی شیمی ۱ - آب آهنگ زندگی

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

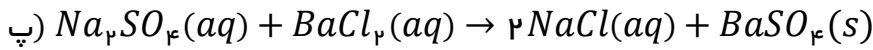
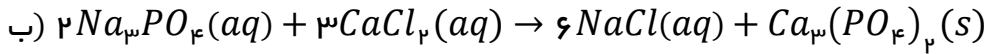
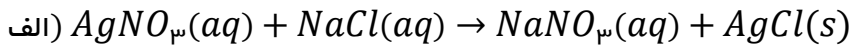
پاسخ تشریحی: مولکول HF و مولکول NH_3 از جمله ترکیب‌های هیدروژن‌داری می‌باشند که دارای پیوند هیدروژنی هستند. وجود این پیوند باعث افزایش نقطه جوش این ترکیب‌ها نسبت به دیگر ترکیب‌های مشابه در گروه می‌شود. مقایسه گونه‌هایی که فاقد پیوند هیدروژنی هستند بر اساس جرم مولکولی می‌باشد.

نشانی شیمی ۱ - فصل ۳

سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۲ ۷۰

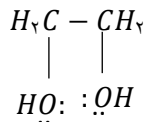
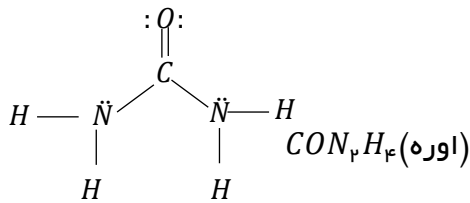
پاسخ تشریحی:



نشانی
 شیمی ۱ - آب آهنگ زندگی
 سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۳ ۷۱

پاسخ تشریحی:



(اتیلن گلیکول) $(C_2H_6O_2)$

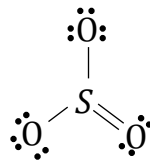
(آ) درست است هر دو مولکول می‌توانند پیوند هیدرونی تشکیل دهند.

(ب) درست است. در اتیلن گلیکول ۶ اتم H داریم

در گلوکز $(C_6H_{12}O_6)$ هم شش اتم کربن داریم.

نسبت جفت الکترون پیوندی
 جفت الکترون ناپیوندی = $\frac{16}{8} = 2$

$\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$



(پ) نادرست است.

شمار اتم ها
 نوع عنصرها \Rightarrow اوره = $\frac{8}{4} = 2$ اتیلن گلیکول = $\frac{10}{3} = 3/3$

(ت) درست

نشانی
 شیمی ۳ - فصل ۱
 سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت

گزینه ۳ ۷۲

پاسخ تشریحی:

فرمول صابون داده شده: $C_{14}H_{27}COONa$

(۱) درست است. دقت کنید پیوند دوگانه ۲ اتم هیدروژن را از فرمول کلی بخش R مولکول کم می‌کند.

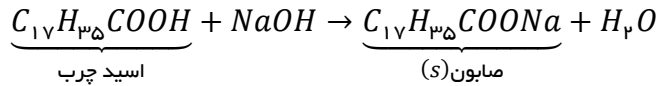
(۲) درست است. صابون داده شده در مخلوط آب و چربی حالت کلویید دارد و ناهمگن است اما در چربی

محلول است.

۳) نادرست است. با توجه به پیوند دوگانه اسیدچرب سازنده آن از فرم کلی $RCOOH$ یا $COOH$ $C_{14}H_{29}$ دو اتم H کمتر دارد و به شکل $COOH$ $C_{14}H_{27}$ می‌باشد.
۴) درست است.

نشانی
سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت
شیمی ۳ - فصل ۱

گزینه ۲ ۷۳

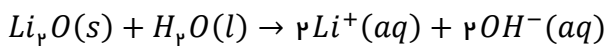


پاسخ تشریحی:

$$?gs = 20 NaOH \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol (S) صابون}}{1 \text{ mol NaOH}} \times \frac{306 \text{ g(S) صابون}}{1 \text{ mol (S) صابون}} = 153 \text{ g(S) صابون}$$

نشانی
سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت
شیمی ۳ - فصل ۱

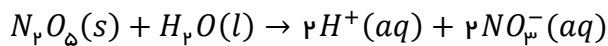
گزینه ۲ ۷۴



پاسخ تشریحی:

$$x \text{ mol } Li^+ = 2 \text{ mol } Li_2O \times \frac{2 \text{ mol } Li^+}{1 \text{ mol } Li_2O} = 4 \text{ mol } Li^+$$

$$[Li^+] = \frac{4 \text{ mol}}{5L} = 0.8 \text{ mol.L}^{-1}$$



$$xNO_3^- = 1 \text{ mol } N_2O_5 \times \frac{2 \text{ mol } NO_3^-}{1 \text{ mol } N_2O_5} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} NO_3^-}{1 \text{ mol } NO_3^-} =$$

$$12/0.4 \times 10^{23} = 1/20.4 \times 10^{24} NO_3^-$$

نشانی
سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت
شیمی ۳ - فصل ۱

گزینه ۲ ۷۵

پاسخ تشریحی:

$$[H^+] = M. \alpha \Rightarrow [H^+] = 0.2 \times 2/5 \times 10^{-2} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \quad (A)$$

$$\text{درصد یونش} = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده}}{\text{شمار مولکول‌های حل شده}} \times 100 \Rightarrow \frac{1000-976}{1000} \times 100 = 2.4\% \quad (B)$$

نشانی
سطح آسان متوسط سخت خیلی سخت
شیمی ۳ - فصل ۱