

مرکز آزمون مجتمع علامه طباطبائی	 مجتمع فرهنگی، آموزشی علامه طباطبائی	آموزش و پرورش شهر تهران		دبیرستان های دوره دوم مجتمع علامه طباطبائی		
		نام و نام خانوادگی دانش آموز:		امتحانات نوبت اول	امتحان درس: ریاضی ۱	
		پایه: دهم	رشته: ریاضی - تجربی	زمان آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: شنبه ۲ دی ۱۴۰۲	
		تعداد صفحات: ۵ صفحه	شماره کلاس:	سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲		

بخش اول - جملات صحیح را با "ص" و جملات غلط را با "غ" مشخص نمایید. (هر مورد ۵/۰ نمره)

۱/۵ نمره	۱- اگر $A \subseteq B$ و A یک مجموعه متناهی باشد، B لزوماً نامتناهی است. (غ) ۲- اگر زوایای α و β ، هر دو در ربع دوم دایره مثلثاتی باشند و داشته باشیم $\alpha > \beta$ ، آنگاه $\sin \beta > \sin \alpha$ است. (ص) ۳- در سهمی به معادله $y = x^2 - 4$ ، طول نقطه‌ی رأس سهمی ۲ می‌باشد. (غ)
----------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

بخش دوم - جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

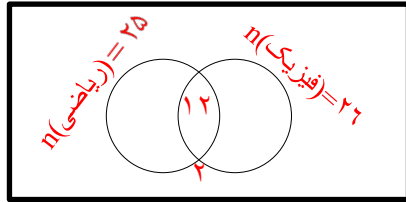
۱/۵ نمره	۴- جمله‌ی سی‌ام دنباله‌ی $a_n = (-1)^n \sin 3n$ برابر است با یک . ۵- عبارت $y = 2x^2 + 3x + 1$ ، پس از تجزیه، به حاصلضرب دو عامل $x + 1$ و $2x + 1$ تبدیل خواهد شد. ۶- اعداد ۵ و (-5) ، ریشه‌های چهارم عدد ۶۲۵ می‌باشند.
----------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

بخش پنجم - به سوالات زیر پاسخ کامل دهید.

۱ نمره	۷- اگر $M = [-3, +\infty)$ مجموعه‌ی مرجع و $A = (0, 4]$ و $B = [-3, 2]$ باشند، حاصل $(B - A)'$ را به صورت بازه مشخص کنید. پاسخ: $B - A = (-3, 0]$ $M = [-3, \infty)$ $\rightarrow (B - A)' = (0, +\infty) \cup \{-3\}$
--------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

۱ نمره	۸- به ازای چه مقادیری از x ، دنباله‌ی زیر، یک دنباله هندسی است؟ $12x - 4$ و $5x$ و $2x + 1$ پاسخ: $12x - 4, 5x, 2x + 1$ $(12x - 4) \times (2x + 1) = (5x)^2$ $24x^2 + 12x - 8x - 4 = 25x^2$ $\rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow (x - 2)^2 = 0 \rightarrow x = 2$
--------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

۱/۵ نمره	۹- ۲۵ نفر از دانش‌آموزان یک کلاس در درس ریاضی و ۲۶ نفر در درس فیزیک قبول شده‌اند. اگر ۲ نفر در هر دو درس قبول نشده باشند و ۱۲ نفر در هر دو درس قبول شده باشند: الف) کلاس چند نفره است؟ ب) چند نفر فقط در درس فیزیک قبول شده‌اند؟ ج) چند نفر حداقل در یکی از دو درس ریاضی و فیزیک قبول شده‌اند؟
----------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



$$\begin{cases} n(R) = 25 \\ n(F) = 26 \\ n(R' \cap F') = 2 \\ n(R \cap F) = 12 \end{cases}$$

الف) $n(C) = n(R \cup F) + n(R \cup F)'$

$$\begin{cases} n(R \cup F) = n(R) + n(F) - n(R \cap F) = 39 \\ n(R \cup F)' = n(R' \cap F') = 2 \end{cases} \rightarrow n(C) = 39 + 2 = 41$$

ب) $n(F - R) = n(F) - n(F \cap R) = 26 - 12 = 14$

ج) $n(F \cup R) = n(F) + n(R) - n(F \cap R) = 26 + 25 - 12 = 39$

۱۰- بین دو عدد ۱۵ و ۷۱، شش عدد چنان درج کنید که این اعداد تشکیل دنباله حسابی بدهند.

پاسخ:

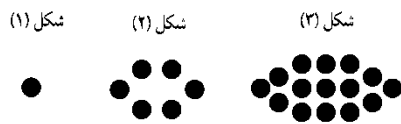
انمره

$$\begin{array}{ccccccc} 15, & \dots, & \dots, & \dots, & \dots, & \dots, & 71 \\ \downarrow & & & & & & \downarrow \\ a_1 & & & & & & a_8 \end{array}$$

$$d = \frac{a_8 - a_1}{8 - 1} = \frac{71 - 15}{7} = \frac{56}{7} = 8$$

۱۵، ۲۳، ۳۱، ۳۹، ۴۷، ۵۵، ۶۳، ۷۱

۱۱- الگوی روبه‌رو را در نظر بگیرید:



الف) تعداد نقاط هر مرحله را به صورت یک دنباله تا جمله‌ی ششم بنویسید.

ب) جمله‌ی عمومی الگو را بیابید.

پاسخ: الف)

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶
تعداد نقاط	۱	۶	۱۵	۲۸	۴۵	۶۶

دنباله: ۱، ۶، ۱۵، ۲۸، ...

ب)

انمره

جمله دوم $a_2 = (2)^2 + 2(1)$

جمله سوم $a_3 = (3)^2 + 2(1+2)$

جمله چهارم $a_4 = (4)^2 + 2(1+2+3)$

⋮

جمله n ام $a_n = (n)^2 + 2(1+2+\dots+(n-1))$

$$\rightarrow a_n = n^2 + 2\left(\frac{(n-1)(n)}{2}\right)$$

$$a_n = n^2 + n^2 - n = 2n^2 - n$$

۱۲- اگر α در ربع دوم دایره مثلثاتی باشد و $\tan \alpha = \frac{-4}{3}$ باشد، آنگاه سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه α را حساب کنید.

پاسخ:

انمره ۱/۵

$$\tan \alpha = \frac{-4}{3} \rightarrow \cot \alpha = \frac{-3}{4}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{25}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \rightarrow \cos \alpha = \frac{-3}{5}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \sin^2 \alpha + \frac{9}{25} = 1 \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \rightarrow \frac{+4}{5}$$

۱۳- درستی تساوی زیر را بررسی کنید.

$$1 - \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = \sin x$$

پاسخ:

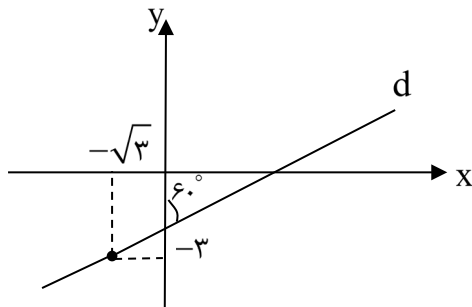
انمره ۱

$$\text{سمت چپ} = 1 - \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = 1 - \frac{(\cos^2 x)(1 - \sin x)}{(1 + \sin x)(1 - \sin x)}$$

$$1 - \frac{\cos^2 x \times (1 - \sin x)}{1 - \sin^2 x} = 1 - \frac{\cancel{\cos^2 x} (1 - \sin x)}{\cancel{\cos^2 x}} = 1 - 1 + \sin x = \sin x = \text{سمت راست}$$

۱۴- معادله خط d را بنویسید.

انمره ۱



پاسخ:

$$\text{نقطه } A \left| \begin{array}{l} -\sqrt{3} \\ -3 \end{array} \right. \quad m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{معادله خط: } y - (-3) = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - (-\sqrt{3})) \rightarrow y + 3 = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1 \rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 2$$

۱۵- مقدار عددی عبارت زیر را بدست آورید.

$$A = 2 \sin^2 45^\circ + \cos 180^\circ - \sqrt{3} \tan 30^\circ - 2 \sin^2 270^\circ - 2 \cos 0^\circ$$

پاسخ:

انمره ۱

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 180^\circ = -1, \quad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \sin 270^\circ = -1, \quad \cos 0^\circ = 1$$

$$A = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (-1) - \sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) - 2(-1)^2 - 2(1) \rightarrow A = 1 - 1 - 1 + 2 - 2 = -1$$

۱۶- حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین شکل ممکن بدست آورید.

$$A = \sqrt[3]{4 + 2\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{3} - 1} \times \sqrt[3]{4}$$

انمره پاسخ:

$$A = \sqrt[3]{(\sqrt{3} + 1)^2} \times \sqrt[3]{(\sqrt{3} - 1)^2} \times \sqrt[3]{4^2}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt[3]{(\sqrt{3} + 1)^2 (\sqrt{3} - 1)^2 (4)^2} = \sqrt[3]{(3 - 1)^2 (4)^2} = \sqrt[3]{2^6} = 2$$

۱۷- معادلات درجه دوم زیر را به روش خواسته شده حل کنید.

(الف) $x^2 - \sqrt{2}x - 12 = 0$ (روش کلی یا دلتا)

(ب) $x^2 - 4x + 7 = 0$ (روش مربع کامل)

انمره/۵ پاسخ:

(الف) $\Delta = (-\sqrt{2})^2 - 4(1)(-12) = 50$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\sqrt{2} \pm \sqrt{50}}{2} = \frac{\sqrt{2} \pm 5\sqrt{2}}{2} = \begin{cases} x_1 = 3\sqrt{2} \\ x_2 = -2\sqrt{2} \end{cases}$$

(ب) $x^2 - 4x + 7 = 0 \rightarrow x^2 - 4x + 4 - 4 + 7 = 0$

$(x - 2)^2 + 3 = 0 \rightarrow (x - 2)^2 = -3$: ریشه حقیقی ندارد

۱۸- عبارت $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}$ را گویا کنید و تا حد امکان ساده کنید.

انمره پاسخ:

$$\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} = \frac{(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})}{18 - 12}$$

$$\frac{18 + 12 + 12\sqrt{6}}{6} = \frac{30 + 12\sqrt{6}}{6} = 5 + 2\sqrt{6}$$

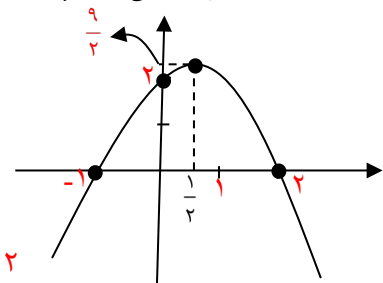
۱۹- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ و محور x ها را در نقاط به طول ۱ و ۲ قطع کرده است. معادله این سهمی را بنویسید و آن را رسم کنید.

انمره/۵ پاسخ:

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = a(x + 1)(x - 2) \quad A \left| \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right.$$

$$2 = a(0 + 1)(0 - 2) \rightarrow a = -1 \rightarrow y = -1(x + 1)(x - 2) = -x^2 + x + 2$$



۲۰- عبارت زیر را تجزیه کنید.

$$a^3 - 2ab + a^2b - 2b^2$$

انمره پاسخ:

$$(a^3 + a^2b) + (-2ab - 2b^2) = a^2(a + b) - 2b(a + b) = (a + b)(a^2 - 2b)$$

۲۱- حاصل را با استفاده از اتحادها بدست آورید.

انمره $(a - \sqrt{3})(a + \sqrt{3})(a^2 + 5)$

پاسخ:

$$(a - \sqrt{3})(a + \sqrt{3}) = a^2 - 3 \rightarrow (a^2 - 3)(a^2 + 5) = (a^2)^2 + (2)(a^2) + (-3)(5) = a^4 + 2a^2 - 15$$

۲۰ نمره

مجموع نمرات

دانش آموز عزیز، شما می‌توانید پس از اتمام آزمون، با مراجعه به آدرس https://alameh.ir/questions_cat/tenth یا با اسکن کردن بارکد زیر، پاسخ تشریحی و شناسنامه سوالات آزمون را دریافت نمایید.



با آرزوی موفقیت برای شما - مرکز آزمون مجتمع علامه طباطبایی



مجتمع فرهنگی، آموزشی
علامه طباطبائی

مرکز آزمون مجتمع علامه طباطبائی