

مرکز آزمون مجتمع علامه طباطبائی	 مجتمع فرهنگی، آموزشی علامه طباطبائی	آموزش و پرورش شهر تهران		دبیرستان های دوره دوم مجتمع علامه طباطبائی	
		نام و نام خانوادگی دانش آموز: .....		امتحانات نوبت اول	امتحان درس: حسابان ۱
		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی	زمان آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: شنبه ۲ دی ۱۴۰۲
		تعداد صفحات: ۴ صفحه	شماره کلاس:	سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳	

بخش اول - جملات صحیح را با "ص" و جملات غلط را با "غ" مشخص نمایید. (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

۰/۵ نمره	<p>۱- وارون هر تابع خطی به صورت <math>y = ax + b</math> (<math>a \neq 0</math>)، یک تابع خطی است. (ص) (صفحه ۷۰)</p> <p>۲- دامنه‌ی هر تابع، زیرمجموعه‌ی هم‌دامنه است. (غ) (صفحه ۳۹)</p>
----------	--

بخش دوم - جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

۰/۵ نمره	<p>۳- اگر <math>f(x) = -\frac{1}{3}x + 5</math> باشد، حاصل <math>f^{-1}(2)</math> برابر ..... است.</p> <p>۴- بیشترین مقدار تابع <math>f(x) = -x^2 - 4x + 1</math>، برابر ..... است.</p> <p>پاسخ: الف) (صفحه ۵۹) <math>-\frac{1}{3}x + 5 = 2 \Rightarrow -\frac{1}{3}x = -3 \Rightarrow x = 9 \Rightarrow f^{-1}(2) = 9</math></p> <p>ب) (صفحه ۱۱) <math>y = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{16+4}{-4} = 5</math></p>
----------	--

بخش سوم - به سوالات زیر پاسخ کامل دهید.

۱ نمره	<p>۵- در دنباله‌ی حسابی <math>5, 8, 11, \dots</math> حداقل چند جمله اول را جمع کنیم تا حاصل از ۴۹۳ بیشتر شود؟</p> <p>پاسخ: (صفحه ۶) <math>S_n &gt; 493 \Rightarrow \frac{n}{2}[10 + (n-1) \times 3] &gt; 493 \Rightarrow \frac{n}{2}(3n+7) &gt; 493 \Rightarrow n = 18</math></p>
--------	---

۱ نمره	<p>۶- در یک دنباله‌ی هندسی مجموع شش جمله اول ۹ برابر مجموع سه جمله اول است. جمله هشتم چند برابر جمله چهارم است؟</p> <p>پاسخ: (صفحه ۵)</p> <p><math>\frac{S_6}{S_3} = 1 + q^3 \Rightarrow 9 = 1 + q^3 \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2</math></p> <p><math>\frac{a_8}{a_4} = \frac{a_1 q^7}{a_1 q^3} = q^4 = 2^4 = 16</math></p>
--------	--

۱ نمره	<p>۷- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن از دو برابر ریشه‌های معادله <math>x^2 - 3x + 5 = 0</math>، سه واحد بیشتر باشد.</p> <p>پاسخ: (صفحه ۹)</p> <p><math>\begin{cases} S = \alpha + \beta = 3 \\ P = \alpha \cdot \beta = 5 \end{cases} \xrightarrow[\beta \rightarrow 2\beta+3]{\alpha \rightarrow 2\alpha+3} \begin{cases} S = (2\alpha+3) + (2\beta+3) = 2S+6 = 6+6 = 12 \\ P = (2\alpha+3)(2\beta+3) = 4P+6S+9 = 20+18+9 = 47 \end{cases}</math></p> <p><math>x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 12x + 47 = 0</math></p>
--------	---

۸- معادله سهمی را بنویسید که رأس آن در  $x = 2$  بر محور طولها مماس بوده و محور عرضها را در  $y = -2$  قطع کرده باشد.

پاسخ: (صفحه ۹)

انمره

$$S(2,0) \Rightarrow y = a(x - x_S)^2 + y_S \Rightarrow y = a(x - 2)^2 \rightarrow (0, -2) \Rightarrow -2 = a(0 - 2)^2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$$

۹- معادلات زیر را حل کنید.

الف)  $\sqrt{x+2} + 4 = x$

ب)  $(\frac{x^2}{3} - 2)^2 - 7(\frac{x^2}{3} - 2) + 6 = 0$

پاسخ: (صفحه ۲۲ و ۱۵)

انمره ۱/۵

الف)  $\sqrt{x+2} = x - 4 \Rightarrow x + 2 = x^2 - 8x + 16 \rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0$

$\Rightarrow (x - 2)(x - 7) = 0 \Rightarrow x = 2$  و  $x = 7$  ق ق ق ق

ب)  $\frac{x^2}{3} - 2 = t \Rightarrow t^2 - 7t + 6 = 0 \Rightarrow (t - 1)(t - 6) = 0$

$$\begin{cases} t = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{3} - 2 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{3} = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \\ t = 6 \Rightarrow \frac{x^2}{3} - 2 = 6 \Rightarrow \frac{x^2}{3} = 8 \Rightarrow x^2 = 24 \Rightarrow x = \pm \sqrt{24} \end{cases}$$

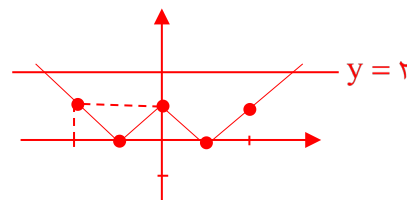
۱۰- معادله  $||x| - 1| = 2$  را به روش جبری و روش هندسی حل کنید.

پاسخ: (صفحه ۲۸)

انمره ۱/۵

$$||x| - 1| = 2 \Rightarrow |x| - 1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} |x| - 1 = -2 \Rightarrow |x| = -1 \quad \times \\ |x| - 1 = 2 \Rightarrow |x| = 3 \Rightarrow x = \pm 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ||x| - 1| \\ y = 2 \end{cases} \quad \begin{array}{c|cccc} x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$



۱۱- اگر  $A(1, 3)$  و  $B(-1, 2)$  و  $C(5, -5)$  سه رأس مثلث ABC باشند:

الف) نوع مثلث را مشخص کنید.

ب) معادله عمودمنصف ضلع AC را بنویسید.

پاسخ:

انمره ۱/۵

$$\left. \begin{aligned} \text{الف) } AB &= \sqrt{(-1-1)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{5} \\ AC &= \sqrt{(5-1)^2 + (-5-3)^2} = 4\sqrt{5} \\ BC &= \sqrt{(5+1)^2 + (-5-2)^2} = \sqrt{85} \end{aligned} \right\} BC^2 = AC^2 + AB^2 \quad \text{مثلث قائم الزاویه}$$

ب)  $M_{AC} = (\frac{5+1}{2}, \frac{-5+3}{2}) \Rightarrow M_{AC} = (3, -1) \rightarrow m_{AC} = \frac{-5-3}{5-1} = -2 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$  (عمود)

$\rightarrow y + 1 = \frac{1}{2}(x - 3) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$

۱۲- دو خط  $3x + 2y = 1$  و  $2x - 3y = 2$ ، معادله‌های دو ضلع یک مستطیل‌اند و نقطه  $A(2, 5)$  یک رأس مستطیل است. مساحت مستطیل را به دست آورید.

پاسخ:

انمره

$$A(2, 5) \quad 3x + 2y - 1 = 0 \Rightarrow \frac{|6 + 10 - 1|}{\sqrt{9 + 4}} = \frac{15}{\sqrt{13}} \quad \text{طول}$$

$$A(2, 5) \rightarrow 2x - 3y - 2 = 0 \Rightarrow \frac{|4 - 15 - 2|}{\sqrt{4 + 9}} = \frac{13}{\sqrt{13}} \quad \text{عرض}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{طول} \\ \text{عرض} \end{array} \right\} \text{مستطیل} \rightarrow S = \frac{15}{\sqrt{13}} \times \frac{13}{\sqrt{13}} = 15$$

۱۳- الف) آیا معادله  $x - y^2 = 4$  تابعی از  $x$  است؟ چرا؟

ب) آیا دو تابع  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$  و  $g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x - 4}$  مساوی هستند؟ چرا؟

پاسخ:

الف) تابع نیست  $\pm 1 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$   $x - y^2 = 4 \xrightarrow{x=5} y^2 = 1$

انمره ۱/۵

ب)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x} \Rightarrow x^2 - 4x \geq 0 \Rightarrow D_f = (-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$

$g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x - 4} \Rightarrow x \geq 0, x - 4 \geq 0 \Rightarrow [0, +\infty) \cap [4, +\infty) \Rightarrow D_g = [4, +\infty)$

دو تابع مساوی نیستند زیرا  $D_f \neq D_g$ .

۱۴- نمودار تابع  $y = [\frac{1}{3}x - 1]$  را در بازه  $[-6, 3]$ ، رسم کنید.

پاسخ:

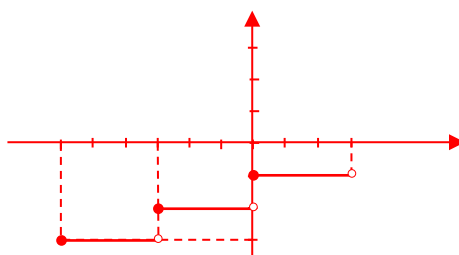
انمره

$$y = [\frac{1}{3}x - 1] \quad [-6, 3)$$

$$-6 \leq x < -3 \Rightarrow y = -3$$

$$-3 \leq x < 0 \Rightarrow y = -2$$

$$0 \leq x < 3 \Rightarrow y = -1$$



۱۵- وارون‌پذیری تابع  $y = 3 + \sqrt[3]{2x - 1}$  را بررسی کرده و در صورت امکان وارون آن را به دست آورید.

پاسخ:

انمره ۱/۵

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow 3 + \sqrt[3]{2x_1 - 1} = 3 + \sqrt[3]{2x_2 - 1} \Rightarrow 2x_1 - 1 = 2x_2 - 1 \Rightarrow x_1 = x_2$$

تابع یک‌به‌یک و وارون‌پذیر است.

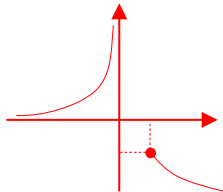
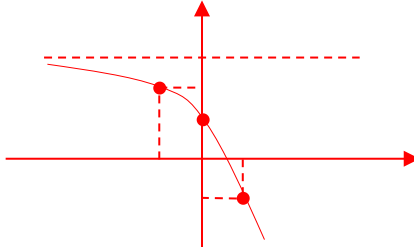
$$x = 3 + \sqrt[3]{2y - 1} \Rightarrow (x - 3)^3 = 2y - 1 \Rightarrow \frac{(x - 3)^3 + 1}{2} = y = f^{-1}(x)$$

۱۶- اگر  $f = \{(2, 3), (-5, 0), (4, 2)\}$  و  $g = \{(2, -1), (0, 6), (4, 4)\}$  باشند، حاصل  $(f + g^{-1}) \times (f \circ g)$  را به دست آورید.

پاسخ:

انمره

$$f \circ g = \{(4, 2)\}, f + g^{-1} = \{(4, 6)\} \Rightarrow (f + g^{-1}) \times (f \circ g) = \{(4, 12)\}$$

انمره	<p>۱۷- نمودار تابع <math>f(x) = \begin{cases} -\sqrt{x} &amp; x \geq 1 \\ -\frac{1}{x} &amp; x &lt; 0 \end{cases}</math> را رسم کرده و دامنه و برد آن را به دست آورید.</p> <p>پاسخ: <math>D_f = (-\infty, 0) \cup [1, +\infty)</math>  <math>R_f = (-\infty, -1] \cup (0, +\infty)</math></p> 								
انمره ۱/۵	<p>۱۸- اگر <math>f(x) = \frac{1}{x-2}</math> و <math>g(x) = \sqrt{4-x^2}</math> باشند، دامنه و ضابطه fog را به دست آورید.</p> <p><math>(fog)(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}-2}</math>     <math>D_f = \mathbb{R} - \{2\}</math>     <math>D_g = [-2, 2]</math></p> <p><math>D_{fog} = \{x \in [-2, 2] \mid \sqrt{4-x^2} \in \mathbb{R} - \{2\}\} \rightarrow \sqrt{4-x^2} \neq 2 \Rightarrow 4-x^2 \neq 4 \Rightarrow x \neq 0</math></p> <p><math>D_{fog} = [-2, 2] \cap \mathbb{R} - \{0\} = [-2, 2] - \{0\}</math></p>								
انمره	<p>۱۹- نامعادله توانی <math>4^{2x-1} &gt; \frac{1}{1024}</math> را حل کنید.</p> <p>پاسخ:</p> <p><math>4^{2x-1} &gt; 2^{-10} \Rightarrow 2^{4x-2} &gt; 2^{-10} \Rightarrow 4x-2 &gt; -10 \Rightarrow 4x &gt; -8 \Rightarrow x &gt; -2</math></p>								
انمره	<p>۲۰- نمودار تابع <math>y = 2 - 3^x</math> را رسم کرده دامنه و برد آن را به دست آورید.</p> <p>پاسخ:</p> <p><math>y = 2 - 3^x</math>  <math>D_f = \mathbb{R}</math>  <math>R_f = (-\infty, 2)</math></p> <table border="1" data-bbox="414 1142 670 1276"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>5/3</td> <td>1</td> <td>-1</td> </tr> </table> 	x	-1	0	1	y	5/3	1	-1
x	-1	0	1						
y	5/3	1	-1						
انمره ۲۰	مجموع نمرات								

دانش آموز عزیز، شما می‌توانید پس از اتمام آزمون، با مراجعه به آدرس [https://alameh.ir/questions\\_cat/eleventh](https://alameh.ir/questions_cat/eleventh) یا با اسکن کردن بارکد زیر، پاسخ تشریحی و شناسنامه سوالات آزمون را دریافت نمایید.



با آرزوی موفقیت برای شما - مرکز آزمون مجتمع علامه طباطبایی



مجتمع فرهنگی، آموزشی  
علامه طباطبائی

# مرکز آزمون مجتمع علامه طباطبائی