


مرکز آزمون مجتمع علامه طباطبائی	 مؤسسه اندیشه مهر علامه طباطبائی	آموزش و پرورش شهر تهران		دبیرستان های دوره دوم مجتمع علامه طباطبائی		
		نام و نام خانوادگی دانش آموز: .....		امتحانات میان نوبت اول		
		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی	زمان آزمون: ۷۵ دقیقه	تاریخ امتحان: شنبه ۱۳ آبان ۱۴۰۲	
		تعداد صفحات: ۴ صفحه		شماره کلاس:	سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳	

بخش اول - جملات صحیح را با "ص" و جملات غلط را با "غ" در جای معین شده قرار دهید. (هر مورد ۰/۵ نمره)

۲نمره	<p>۱- برای هر دو عدد حقیقی <math>a</math> و <math>b</math> داریم: <math> a+b  \geq  a + b </math> ( غ )</p> <p>۲- اگر معادله <math>x^2 + (2m+1)x + 3m - 1 = 0</math> دو ریشه قرینه داشته باشد، آنگاه مقدار <math>m</math> برابر <math>\frac{1}{3}</math> است. ( غ )</p> <p>۳- فاصله دو خط موازی <math>y = 3 - 2x</math> و <math>2y + 4x = 5</math> از یکدیگر برابر <math>\frac{1}{5\sqrt{2}}</math> است. ( غ )</p> <p>۴- مجموع <math>n</math> جمله ی اول یک دنباله حسابی از رابطه <math>S_n = n^2 + 2n</math> به دست می آید. مجموع جملات هفتم و هشتم و نهم این دنباله برابر ۵۱ می باشد. ( ص )</p>
-------	---

بخش دوم - جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (هر مورد ۰/۵ نمره)

۲نمره	<p>۵- بیشترین مقدار عبارت <math>A =  x+2  -  x-1 </math> برابر ۳ می باشد.</p> <p>پاسخ: <math>\begin{cases} x=1 \rightarrow A=3-0=3 \quad \max \\ x=-2 \rightarrow A=0-3=-3 \quad \min \end{cases}</math></p> <p>۶- معادله درجه دومی که ریشه های آن دو عدد <math>2-\sqrt{3}</math> و <math>2+\sqrt{3}</math> باشد برابر <math>x^2 - 4x + 1 = 0</math> می باشد.</p> <p>پاسخ: <math>\begin{cases} S=2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}=4 \\ P=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=4-3=1 \end{cases} \rightarrow X^2 - SX + P = 0 \rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0</math></p> <p>۷- اگر نقاط <math>A(3,1)</math>، <math>B(6,0)</math> و <math>C(12,a)</math> بر روی یک خط قرار داشته باشند، مقدار <math>a</math> برابر <math>-2</math> است.</p> <p>پاسخ: <math>m_{AB} = m_{BC} \rightarrow \frac{0-1}{6-3} = \frac{a-0}{12-6} \rightarrow a = -2</math></p> <p>۸- اگر در یک مستطیل با طول <math>L</math> و عرض <math>W</math> داشته باشیم <math>\frac{L}{W} = \frac{L+W}{W}</math>، آنگاه می گوئیم در این مستطیل نسبت طلایی برقرار است.</p>
-------	---

بخش سوم - گزینه صحیح را انتخاب نمایید. (هر مورد ۰/۵ نمره)

۲نمره	<p>۹- اگر <math>\alpha</math> و <math>\beta</math> ریشه های معادله <math>x^2 - 7x - 4 = 0</math> باشند، حاصل <math>\alpha^2 + \frac{16}{\alpha^2}</math> کدام است؟</p> <p>(۱) ۴۵      (۲) ۵۳      (۳) ۵۷      (۴) ۴۱</p> <p>پاسخ: گزینه ۳ صحیح هست.</p> <p><math>\begin{cases} S = \alpha + \beta = 7 \\ P = \alpha \cdot \beta = -4 \rightarrow \beta = -\frac{4}{\alpha} \end{cases}</math></p> <p><math>\alpha + \beta = 7 \rightarrow \alpha - \frac{4}{\alpha} = 7 \rightarrow \alpha^2 + \frac{16}{\alpha^2} - 8 = 49 \rightarrow \alpha^2 + \frac{16}{\alpha^2} = 57</math></p>
	۱۰- معادله $x\sqrt{x^2-4} + 3\sqrt{x^2-4} = 0$ چند جواب حقیقی دارد؟

(۱) یک جواب

(۲) دو جواب

(۳) سه جواب

(۴) جواب حقیقی ندارد.

پاسخ: گزینه ۳ صحیح هست.

$$\begin{cases} x = -3 \rightarrow -3\sqrt{9-4} + 3\sqrt{9-4} = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = \pm 2 \end{cases} \rightarrow x = -3, \pm 2$$

۱۱- برای تابع  $\begin{cases} f: \left[; \frac{1}{3} \right] \rightarrow [; +\infty) \\ f(x) = x^2 \end{cases}$  کدام یک از نمایش‌های زیر نیز قابل قبول است؟

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 \end{cases} \quad (۱) \quad \begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \left[; \frac{1}{9} \right] \\ f(x) = x^2 \end{cases} \quad (۲) \quad \begin{cases} f: \left[; \frac{1}{3} \right] \rightarrow \left[; \frac{1}{9} \right] \\ f(x) = x^2 \end{cases} \quad (۳) \quad \begin{cases} f: \left[; \frac{1}{3} \right] \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \frac{x^2}{x} \end{cases} \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۲ صحیح هست. برد تابع یعنی  $\left[; \frac{1}{9} \right]$  زیرمجموعه هم دامنه یعنی  $[; +\infty)$  است.

۱۲- اگر توابع  $f(x) = 2x - 1$  و  $g(x) = \begin{cases} \frac{4x^2 - 1}{2x + 1} & x \neq -\frac{1}{2} \\ 1 - k & x = -\frac{1}{2} \end{cases}$  برابر هم باشند، مقدار  $k$  کدام است؟

(۱) -۲      (۲) -۳      (۳) ۲      (۴) ۳

پاسخ: گزینه ۴ صحیح هست.

$$x = -\frac{1}{2} \rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) = g\left(-\frac{1}{2}\right) \rightarrow 2\left(-\frac{1}{2}\right) - 1 = 1 - k \rightarrow k = 3$$

بخش چهارم - به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید. (هر مورد ۱ نمره)

۱۳- یکی از ریشه‌های معادله  $3x^2 - ax + 4 = 0$  سه برابر ریشه دیگر است. مجموع مقادیر ممکن برای  $a$  را به دست آورید.

پاسخ:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{a}{3} \\ \alpha \cdot \beta = \frac{4}{3} \end{cases} \xrightarrow{\alpha = 3\beta} \begin{cases} 3\beta + \beta = \frac{a}{3} \rightarrow \beta = \frac{a}{12} \\ 3\beta \cdot \beta = \frac{4}{3} \rightarrow \beta = \pm \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{a}{12} = \pm \frac{2}{3} \rightarrow a = \pm 8 \rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = 0$$

۱۴- دنباله هندسی  $4, a, 1, b, \dots$  غیر نزولی است. مجموع چند جمله اول آن برابر  $\frac{21}{8}$  است؟

پاسخ:

۴ نمره

$$a^2 = 4 \times 1 \rightarrow a = \pm 2 \xrightarrow{\text{غیر نزولی}} a = -2$$

$$4, -2, 1, -\frac{1}{2}, \dots \rightarrow q = -\frac{1}{2}$$

$$S_n = \frac{4(1 - (-\frac{1}{2})^n)}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{21}{8} \rightarrow 1 - (-\frac{1}{2})^n = \frac{63}{64} \rightarrow n = 6$$

۱۵- معادله  $\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - 2x} - \frac{x+1}{x} = \frac{x-1}{x-2}$  را حل کنید.

پاسخ:

$$x^2 - 2x + 2 - (x-2)(x+1) = x(x-1)$$

$$x^2 = 4 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \text{ جواب}$$

۱۶- بر روی محور طول‌ها چه نقاطی وجود دارد که مجموع فاصله‌های آنها از دو نقطه به طول‌های ۱- و ۳ روی محور Xها برابر ۶ باشد؟

پاسخ:

$$|x+1| + |x-3| = 6 \rightarrow \begin{cases} x < -1 \rightarrow -x-1-x+3=6 \rightarrow x=-2 & \text{جواب} \\ -1 \leq x \leq 3 \rightarrow x+1-x+3=6 \rightarrow 4 \neq 6 \\ x > 3 \rightarrow x+1+x-3=6 \rightarrow x=4 & \text{جواب} \end{cases}$$

بخش پنجم - به سوالات زیر پاسخ کامل دهید. (هر مورد ۲ نمره)

۱۷- در یک دنباله حسابی که دارای ۵۰ جمله است، مجموع ۵ جمله اول دنباله ۲۰ و مجموع ۵ جمله آخر ۲۸۰ می‌باشد. مجموع ۵۰ جمله نخست این دنباله را به دست آورید.

پاسخ:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 20 \\ a_{50} + a_{49} + a_{48} + a_{47} + a_{46} = 280 \end{cases}$$

$$\rightarrow (a_1 + a_{50}) + (a_2 + a_{49}) + (a_3 + a_{48}) + (a_4 + a_{47}) + (a_5 + a_{46}) = 300$$

می‌دانیم اگر  $m+n=p+q$  آنگاه  $a_m + a_n = a_p + a_q$

$$5(a_1 + a_{50}) = 300 \rightarrow a_1 + a_{50} = 60$$

$$S_{50} = \frac{n}{2}(a_1 + a_{50}) = \frac{50}{2} \times 60 = 1500$$

۱۸- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش از نصف ریشه‌های معادله  $x^2 + 4x - 1 = 0$  یک واحد کمتر باشد.

پاسخ:

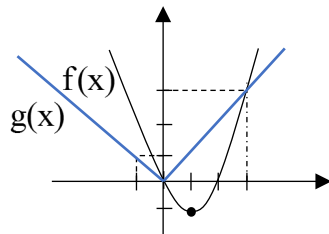
$$\begin{cases} \alpha + \beta = -4 \\ \alpha \cdot \beta = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} S' = (\frac{\alpha}{2} - 1) + (\frac{\beta}{2} - 1) = \frac{\alpha + \beta}{2} - 2 = \frac{-4}{2} - 2 = -4 \\ P' = (\frac{\alpha}{2} - 1)(\frac{\beta}{2} - 1) = \frac{\alpha\beta}{4} - \frac{\alpha + \beta}{2} + 1 = \frac{-1}{4} + 3 = \frac{11}{4} \end{cases}$$

$$\rightarrow x^2 + 4x - \frac{11}{4} = 0 \rightarrow 4x^2 + 16x - 11 = 0$$

۱۹- معادله  $|x| = x^2 - 2x$  را به روش هندسی و به روش جبری حل کنید.

پاسخ:

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 2x \\ g(x) = |x| \end{cases}$$



این دو نمودار یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند پس معادله دو جواب دارد.

$$|x| = x^2 - 2x \rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \rightarrow x = x^2 - 2x \rightarrow x^2 - 3x = 0 \rightarrow x = 0, 3 \\ x < 0 \rightarrow -x = x^2 - 2x \rightarrow x^2 - x = 0 \rightarrow x = 0, x = 1 \end{cases}$$

روش جبری:

$x = 1$  قابل قبول نیست.

۲۰- فرض کنید سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  از نقاط  $(1, 1), (0, 5), (-2, 5)$  بگذرد. کمترین مقدار این تابع را به دست آورید.

پاسخ:

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{cases} (0, 5) \rightarrow 5 = 0 + 0 + c \rightarrow c = 5 \\ (-2, 5) \rightarrow 5 = 4a - 2b + 5 \rightarrow 2a = b \rightarrow a = 2, b = 4 \\ (1, 1) \rightarrow 1 = a + b + 5 \rightarrow a + b = -6 \end{cases}$$

$$y = 2x^2 + 4x + 5 \rightarrow y = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{16 - 40}{4} = 6$$

۲۱- اگر  $A(-1, 2), B(3, 0), C(1, -2)$  سه رأس یک مثلث باشند، آنگاه:

الف) اندازه ارتفاع AH را به دست آورید.

ب) اندازه میانه CM را به دست آورید.

$$m_{BC} = \frac{-2 - 0}{1 - 3} = 1 \rightarrow y - 0 = 1(x - 3) \rightarrow x - y - 3 = 0, A(-1, 2)$$

$$AH = \frac{|-1 - 2 - 3|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

پاسخ: الف)

$$M_{AB}(\frac{-1 + 3}{2}, \frac{2 + 0}{2}) \rightarrow M = (1, 1), C(1, -2)$$

ب)

$$CM = \sqrt{(1 - 1)^2 + (1 + 2)^2} = 3$$

۲۰ نمره

مجموع نمرات

دانش آموز عزیز، شما می‌توانید پس از اتمام آزمون، با مراجعه به آدرس [https://alameh.ir/questions\\_cat/eleventh](https://alameh.ir/questions_cat/eleventh) یا با اسکن کردن بارکد زیر، پاسخ تشریحی و شناسنامه سوالات آزمون را دریافت نمایید.



با آرزوی موفقیت برای شما - مرکز آزمون مجتمع علامه طباطبایی



مؤسسه اندیشه مهر  
علامه طباطبائی

# مرکز آزمون مجتمع علامه طباطبائی