


مرکز آزمون مجتمع علامه طباطبائی	 مؤسسه اندیشه مهر علامه طباطبائی	آموزش و پرورش شهر تهران		دبیرستان های دوره دوم مجتمع علامه طباطبائی		
		نام و نام خانوادگی دانش آموز:		امتحانات میان نوبت اول		
		پایه: ۵هفتم	رشته: ریاضی - تجربی	زمان آزمون: ۷۵ دقیقه		امتحان درس: ریاضی ۱
		تعداد صفحات: ۲ صفحه		شماره کلاس:		تاریخ امتحان: شنبه ۱۳ آبان ۱۴۰۲
سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲						

بخش اول - جملات صحیح را با "ص" و جملات غلط را با "غ" در جای معین شده قرار دهید. (هر مورد ۰/۵ نمره)

۲ نمره	<p>۱- اشتراک یک مجموعه متناهی و یک مجموعه نامتناهی، یک مجموعه نامتناهی است. (غ)</p> <p>۲- اگر $a \cap [b, 2) = [-1, 1)$ باشد، در این صورت $a + b = 0$ است. (ص)</p> <p>۳- اگر $\cos \alpha \cdot \cot \alpha < 0$ باشد، آنگاه قطعاً α در ربع چهارم قرار دارد. (غ)</p> <p>۴- خط $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ با جهت مثبت محور X ها، زاویه‌ی 30° می‌سازد. (ص)</p>
--------	---

بخش دوم - جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (هر مورد ۰/۵ نمره)

۲ نمره	<p>۵- دنباله‌ای که هم حسابی و هم هندسی باشد، یک دنباله ثابت است.</p> <p>۶- اگر $n(A) = 10$ و $n(A \cap B) = 3$ و $n(A \cup B) = 19$ باشد، آنگاه $n(B)$ برابر است با ۱۲.</p> <p>۷- حاصل $(1 + \tan^2 \theta)(1 - \sin^2 \theta)$ برابر ۱ است.</p> <p>۸- هر عدد مثبتی دارای ۲ ریشه چهارم است که قرینه یکدیگر هستند.</p>
--------	--

بخش سوم - گزینه صحیح را انتخاب نمایید. (هر مورد ۰/۵ نمره)

۲ نمره	<p>۹- در دنباله‌ی حسابی $\dots, Z, Y, X, -2$، مجموع جملات پنجم و هفتم برابر ۶۶ است. حاصل $2y - x + z$ کدام است؟</p> <p>(۱) ۲۰ (۲) ۲۶ (۳) ۳۸ (۴) ۳۶</p> <p>پاسخ: گزینه ۳ صحیح هست.</p> <p>$a_1 = -2$</p> <p>$a_5 + a_7 = a + 4d + a + 6d = 2a + 10d = 2(-2) + 10d = -4 + 10d = 66$</p> <p>$\rightarrow d = 7 \rightarrow$ دنباله: $-2, 5, 12, 19, \dots$</p> <p style="margin-left: 100px;"> $\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x & y & z \end{matrix}$ </p> <p>$\rightarrow 2y - x + z = 2(12) - 5 + 19 = 24 - 5 + 19 = 38$</p>
--------	---

۲ نمره	<p>۱۰- در الگوی زیر، شکل مرحله دوازدهم از چند دایره تشکیل شده است؟</p> <p>(۱) ۱۴۵ (۲) ۱۰۱</p> <p>(۳) ۱۲۲ (۴) ۱۳۴</p> <p>پاسخ: گزینه ۳ صحیح هست.</p> <p>$1 + (1 - شماره جمله) =$ تعداد دایره‌ها در هر مرحله</p> <p>$a_1 = (1 - 1)^2 + 1 = 1$, $a_2 = (2 - 1)^2 + 1 = 2$</p> <p>$a_3 = (3 - 1)^2 + 1 = 5$, $a_{12} = (12 - 1)^2 + 1 = 122$</p>
--------	---

۱۱- اگر مجموع مربعات ریشه‌های چهارم عددی برابر ۴ باشد، این عدد برابر کدام است؟

۱ (۴)

۴ (۳)

۸ (۲)

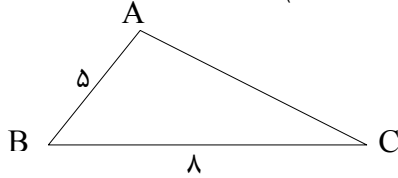
۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ صحیح هست.

$$(\sqrt[4]{x})^2 + (-\sqrt[4]{x})^2 = 4 \rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{x} = 4$$

$$\rightarrow 2\sqrt{x} = 4 \rightarrow \sqrt{x} = 2 \rightarrow x = 4$$

۱۲- در شکل مقابل مساحت مثلث ABC برابر ۴ است. مقدار $\cot \hat{B}$ چقدر است؟ (B زاویه حاده است)



۴√۲ (۲)

۲√۶ (۱)

۳√۲ (۴)

۲√۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۱ صحیح هست.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \hat{B} = 4 \rightarrow$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \sin \hat{B} = 4 \rightarrow \sin \hat{B} = \frac{1}{5}$$

$$\sin^2 \hat{B} + \cos^2 \hat{B} = 1 \rightarrow \frac{1}{25} + \cos^2 \hat{B} = 1 \rightarrow \cos \hat{B} = \frac{\sqrt{24}}{5}$$

$$\rightarrow \cot \hat{B} = \frac{\cos \hat{B}}{\sin \hat{B}} = \frac{\frac{\sqrt{24}}{5}}{\frac{1}{5}} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

بخش چهارم - به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید. (هر مورد ۱ نمره)

۱۳- با توجه به آنچه درباره‌ی ریشه‌ی سوم اعداد درک کرده‌اید، به دو سؤال زیر پاسخ دهید:

پاسخ:

الف) $\sqrt[3]{a} = a \rightarrow a = -1, 0, 1$

ب) $0 < a < 1$

۱۴- مقدار a را طوری بیابید که اعداد $a + 15$ و $a + 3$ و $a - 1$ به ترتیب، تشکیل یک دنباله‌ی هندسی بدهند.

پاسخ:

$$(a - 1) \times (a + 15) = (a + 3)^2 \rightarrow \cancel{a^2} + 14a - 15 = \cancel{a^2} + 6a + 9 \rightarrow 8a = 24 \rightarrow a = 3$$

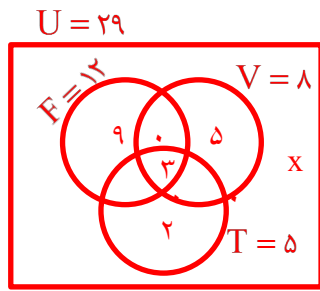
۴نمره

۱۵- ثابت کنید: $\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \times \cos x}$

پاسخ:

$$\text{سمت چپ} = \tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x \times \cos x} = \frac{1}{\sin x \cos x} = \text{سمت راست}$$

۱۶- در یک کلاس ۲۹ نفری، ۱۲ نفر در تیم فوتبال، ۸ نفر در تیم والیبال، ۵ نفر در تیم تنیس و ۳ نفر در هر سه تیم هستند. چند نفر در هیچ تیمی عضو نیستند؟ (هیچ دانش‌آموزی فقط در دو تیم عضو نیست.)



پاسخ: کلاس: U: فوتبال: F
تنیس: T: والیبال: V

بخش پنجم - به سوالات زیر پاسخ کامل دهید. (هر مورد ۲ نمره)

۱۷- اگر $\tan \alpha = \frac{-3}{4}$ و α در ربع دوم باشد، حاصل عبارت $A = \frac{-3 \cot \alpha - 5 \sin \alpha}{-5 \cos \alpha + 3}$ را بدست آورید.

پاسخ:

$$\tan \alpha = \frac{-3}{4} \rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{9}{16} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \frac{25}{16} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \xrightarrow{\text{دوم}} \cos \alpha = \frac{-4}{5}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \sin^2 \alpha + \frac{16}{25} = 1 \xrightarrow{\text{دوم}} \sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\tan \alpha = \frac{-3}{4} \rightarrow \cot \alpha = \frac{-4}{3}$$

$$A = \frac{-3 \cot \alpha - 5 \sin \alpha}{-5 \cos \alpha + 3} = \frac{-3(-\frac{4}{3}) - 5(\frac{3}{5})}{-5(-\frac{4}{5}) + 3} = \frac{4 - 3}{4 + 3} = \frac{1}{7}$$

۱۸- حاصل هریک از عبارت‌های زیر را بنویسید.

۱۰-نمره

الف) $\frac{3 \sin^2 30^\circ - 2 \tan 45^\circ}{\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ}$

ب) $(\frac{1}{\sin 27^\circ})^3 - 5 \tan 18^\circ + 3(\cos 72^\circ)^5$

الف) $\frac{3(\frac{1}{2})^2 - 2(1)}{1} = \frac{3(\frac{1}{4}) - 2}{1} = \frac{\frac{3}{4} - 2}{1} = -\frac{5}{4}$

ب) $(\frac{1}{-1})^3 - 5(0) + 3(1)^5 = -1 - 0 + 3 = 2$

پاسخ:

۱۹- در یک دنباله حسابی جملات سوم و هفتم به ترتیب ۲۰ و ۵۶ است.

الف) پنج جمله‌ی اول این دنباله را بنویسید.

ب) جمله چندم این دنباله برابر ۱۸۲ است؟

الف) $\begin{cases} a_3 = 20 \\ a_7 = 56 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + 2d = 20 \\ a + 6d = 56 \end{cases} \rightarrow 4d = 36 \rightarrow d = 9 \rightarrow a = 2$

پاسخ:

پنج جمله اول این دنباله $\rightarrow 2, 11, 20, 29, 38$

ب) $182 = a + (n-1)d \rightarrow 182 = 2 + (n-1) \times 9 \rightarrow 9n - 9 + 2 = 182 \rightarrow 9n = 189 \rightarrow n = \frac{189}{9} = 21$

۲۰- با فرض $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ به عنوان مجموعه مرجع و $A = \{a, b, c\}$ و $B = \{c, d, f\}$ ، درستی روابط زیر را نشان دهید.

الف) $A - B = A \cap B'$

ب) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

پاسخ:

$U = \{a, b, c, d, e, f\}$ $A = \{a, b, c\}$ $B = \{c, d, f\}$

$A' = \{d, e, f\}$ $B' = \{a, b, e\}$

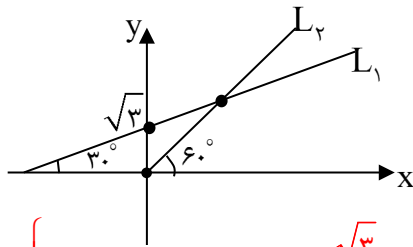
الف) $\left. \begin{array}{l} A - B = \{a, b\} \\ A \cap B' = \{a, b\} \end{array} \right\} \rightarrow A - B = A \cap B'$

ب)

$\left. \begin{array}{l} A \cup B = \{a, b, c, d, f\} \rightarrow (A \cup B)' = \{e\} \\ A' \cap B' = \{e\} \end{array} \right\} \rightarrow (A \cup B)' = A' \cap B'$

۲۱- مختصات محل تلاقی خطوط L_1, L_2 را بدست آورید.

پاسخ:



L_1 معادله: $\left\{ \begin{array}{l} \text{شیب} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow y - \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 0) \\ \text{نقطه} = (0, \sqrt{3}) \end{array} \right.$

L_2 معادله: $\left\{ \begin{array}{l} \text{شیب} = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \rightarrow y - 0 = \sqrt{3}(x - 0) \\ \text{نقطه} = (0, 0) \end{array} \right.$

$\left. \begin{array}{l} L_1 : y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3} \\ L_2 : y = \sqrt{3}x \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{محل تلاقی}} \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3} = \sqrt{3}x$

$\sqrt{3} \left(\frac{x}{3} + 1 \right) = \sqrt{3} \times x \rightarrow \frac{2x}{3} = 1 \rightarrow x = \frac{3}{2} \rightarrow y = \sqrt{3}x = \frac{3\sqrt{3}}{2} \rightarrow \text{محل تلاقی} = \left(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2} \right)$

۲۰ نمره

مجموع نمرات

دانش آموز عزیز، شما می‌توانید پس از اتمام آزمون، با مراجعه به آدرس https://alameh.ir/questions_cat/tenth یا با اسکن کردن بارکد زیر، پاسخ تشریحی و شناسنامه سوالات آزمون را دریافت نمایید.



با آرزوی موفقیت برای شما - مرکز آزمون مجتمع علامه طباطبایی



مؤسسه اندیشه مهر
علامه طباطبائی

مرکز آزمون مجتمع علامه طباطبائی