دفترچه پاسخنامه

جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش

مجتمع فرهنگی - آموزشی علامه طباطبایی(ره)
مؤسسه فرهنگی - آموزشی اندیشه مهر

آزمون شماره ۱

(آزمون داخلی مجتمع)

دبیرستان‌های دوره دوم علامه طباطبایی

۱۱

ریاضی - فیزیک

تاریخ آزمون : یکشنبه ۲۹/آبان ماه/۱۴۰۱ ساعت ۸:۰۰

زمان آزمون: ۱۲۰ دقیقه

بودجه بندی آزمون تعیین سطح	تعداد پرسش	زمان پیشنهادی	درست نادرست نزده	درصد یا نمره
حسابان ۱: تا انتهای صفحه ۴۳	۲۰	۳۳ دقیقه		
آمار و احتمال: تا انتهای درس ۲(صفحه ۲۵)	۱۰	۱۷ دقیقه		
هندسه ۲: تا انتهای صفحه ۲۸	۱۰	۱۵ دقیقه		
فیزیک ۲ : تا ابتدای خازن	۲۵	۳۵ دقیقه		
شیمی ۲: تا انتهای صفحه ۳۹	۲۰	۲۰ دقیقه		

مرکز آزمون مجتمع علامه طباطبایی

۱- گزینه ۳

این فرد برای داشتن و جایگذاری توپ اول در سبد مجبور است ۱۰ متر طی کند و برای توپ دوم ۲۰ متر و .... بنابراین مسافت طی شده برای توپ nاُم، ۱۰n خواهد بود.

کل مسافت طی شده برای برداشتن و جایگذاری n توپ در سبد برابر است با:

$$۱۰+۲۰+...+۱۰n= ۵۵۰ \Rightarrow \begin{cases} a_۱ \\ d = ۱۰ \end{cases} \Rightarrow S_n = \frac{n}{۲}[۲(۱۰)+(n-۱)۱۰] = ۵۵۰ \Rightarrow \frac{n}{۲}[۱۰n + ۱۰] = ۵۵۰ \Rightarrow ۵n^۲ + ۵n = ۵۵۰$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم بر ۵}} n^۲ + n = ۱۱۰ \Rightarrow n^۲ + n - ۱۱۰ = ۰ \Rightarrow$$

$$(n + ۱۱)(n+ ۱۰)=۰ \Rightarrow \begin{cases} n = ۱۰ \\ n = -۱۱ \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۲- گزینه ۲

جملات مشترک دو دنباله حسابی با قدر نسبت های $d_۱$ و $d_۲$، خود تشکیل یک دنباله حسابی با قدر نسبت $[d_۱, d_۲]$ یا ک.م.م $d_۱$ و $d_۲$ را می دهند.

مثلا جملات مشترک دو دنباله ... ، ۱۰، ۷، ۴ و ....، ۹، ۵، ۱ به ترتیب با قدر نسبت های $d_۱ = ۳$ و $d_۲ = ۴$، خود تشکیل یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۱۲ (یعنی ک.م.م اعداد ۳ و ۴) می دهند.

از طرفی اولین جمله مشترک دو دنباله را می یابیم.

$$\begin{cases} ۴,۷, ۱۰, ۱۳, ... \\ ۱, ۵, ۹, ۱۳, ... \end{cases}$$

بنابراین دنباله ای جدید با جمله اول ۱۳ و قدر نسبت ۱۲ داریم.

$$a_n=a_۱+(n-۱)d \Rightarrow a_n=۱۳ +(n-۱)۱۲=۱۲n+۱$$

برای یافتن تعداد جملات کوچک تر از ۱۰۰ می توان گفت:

$$۱۲n+۱< ۱۰۰ \Rightarrow n \leq ۸$$

حالا مجموع هشت جمله اول این دنباله را می یابیم: $S_۸ = \frac{۸}{۲}[۲(۳)+(۸-۱)۱۲] = ۴۴۰$

۳- گزینه ۲

ابتدا قدر نسبت دنباله را می یابیم:

$$q = \frac{\text{جمله دوم}}{\text{جمله اول}} = \frac{\sqrt[۶]{۳۲}}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt[۶]{۲^۵}}{\sqrt[۶]{۲^۳}} = \sqrt[۶]{۲^۲} = \sqrt[۳]{۲}$$

$$\frac{S_۶}{S_۳} = ۱+q^۳ \Rightarrow \frac{S_۶}{S_۳} - ۱ = q^۳ \Rightarrow \frac{S_۶ - S_۳}{S_۳} = q^۳ = (\sqrt[۳]{۲})^۳ = ۲$$

۴- گزینه ۳

مساحت مثلث اول $\frac{۱}{۲} = \frac{۱\times۱}{۲}$ است.

مساحت مثلث دوم $\frac{۱}{۸} = \frac{\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}}{۲}$ است.

بنابراین قدرنسبت دنباله $q = \frac{\frac{۱}{۸}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{۴}$ می شود.

$$\frac{S_۸}{S_۴} = ۱+q^۴ = ۱+(\frac{۱}{۴})^۴ = ۱+(\frac{۱}{۲})^۸ = ۱+(\frac{۱}{۲})^۸ = ۱+\frac{۱}{۲۵۶} = \frac{۲۵۷}{۲۵۶}$$

۵- گزینه ۲

روش اول:

عبارت $x^۸ + \cdots - x+x^۲ - ۱$ به صورت مجموع نُه جمله از یک دنباله هندسی با قدرنسبت X− است. و عبارت $۱+ x+x^۲ + \cdots + x^۸$ به صورت مجموع نُه جمله از یک دنباله هندسی با قدرنسبت x است.

$$(۱- x+x^۲ - \cdots + x^۸)(۱+ x+x^۲ + \cdots + x^۸) = \frac{۱(۱-(-x)^۹)}{۱-(-x)} \times \frac{۱(۱-x^۹)}{۱-x} = \frac{۱+x^۹}{۱+x} \times \frac{۱-x^۹}{۱-x} = \frac{۱-x^{۱۸}}{۱-x^۲}$$

$$\underline{x = \sqrt{۲}} \frac{۱-(\sqrt{۲})^{۱۸}}{۱-(\sqrt{۲})^۲} = \frac{۱-۲^۹}{۱-۲} = ۲^۹-۱=۵۱۱$$

روش دوم:

به کمک اتحادهای $x^n = (۱-x)(۱+x+x^۲ + \cdots + x^{n-۱})$ به ازای هر عدد طبیعی n و $۱+ x^n = (۱+x)(۱-x+x^۲ - x^۳ \ldots + x^{n-۱})$ به ازای اعداد طبیعی فرد n داریم:

$$\frac{۱+x}{۱-x}(۱- x+x^۲ - \cdots + x^۸) \times \frac{۱-x}{۱+x}(۱+ x+x^۲ + \cdots + x^۸) = \frac{۱+x^۹}{۱+ -} \times \frac{۱-x^۹}{۱+x} = \frac{۱-x^{۱۸}}{۱-x} \underline{x = \sqrt{۲}} \frac{۱-(\sqrt{۲})^{۱۸}}{۱-(\sqrt{۲})^۲} = ۵۱۱$$

۶- گزینه ۴

صفرهای تابع a و $\frac{۱}{a}$ هستند و ضرب دو ریشه برابر ۱ است.

$$P = \frac{c}{a} = ۱ \Rightarrow \frac{m+۲}{m^۲} = ۱ \Rightarrow m^۲ = m+۲ \Rightarrow m^۲ - m - ۲=۰ \Rightarrow (m-۲)(m+۱)=۰ \Rightarrow \begin{cases} m = ۲ \\ m = -۱ \end{cases}$$

دقت کنید که اگر در معادله به جای m عدد ۲ را بگذاریم معادله به صورت $۴x^۲ + ۴x +۴=۰$ درمی آید که دلتای آن منفی است و ریشه ندارد ولی $m =$ ۱- معادله را به صورت $x^۲ + ۴x +۱=۰$ درمی آورد. دلتای این معادله مثبت است و مجموع ریشه های آن $S = -\frac{b}{a} = -\frac{۴}{۱} = -۴$ است.

۷- گزینه ۲

برای یافتن a، b و c معادلات را می نویسیم:

$$(-۱,۲) \Rightarrow ۲=a(-۱)^۲ + b(-۱) + c \Rightarrow a - b + c = ۲$$

$$(۰,۰) \Rightarrow ۰=a(۰)^۲ + b(۰) + c \Rightarrow c = ۰$$

$$\text{طول راس } x = -\frac{b}{۲a} \Rightarrow -۱= -\frac{b}{۲a} \Rightarrow b = ۲a$$

با جایگذاری $c = ۰$ به حل دستگاه می پردازیم:

$$\begin{cases} a - b = ۲ \\ b = ۲a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۲ \\ b = ۴ \end{cases}$$

بنابراین معادله دوم به صورت $bx^۲ + ax + c = -۱ \Rightarrow -۴x^۲-۲x+۱$ درمی آید و مجموع ریشه های این معادله $S = -\frac{b}{a} = -\frac{-۲}{-۴} = -\frac{۱}{۲}$ می شود.

۸- گزینه ۱

با توجه به اینکه $\alpha + \beta = ۷$ و $\alpha\beta = ۳$ است. مجموع و حاصل ضرب ریشه های جدید را می یابیم:

$$S = \left(\alpha - \frac{۲}{\beta}\right) + \left(\beta - \frac{۲}{\alpha}\right) = (\alpha + \beta)-۲(\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta})=\alpha + \beta-۲(\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta})=۷-۲(\frac{۷}{۳})=\frac{۷}{۳}$$

$$P = \left(\alpha - \frac{۲}{\beta}\right) + \left(\beta - \frac{۲}{\alpha}\right) = \alpha\beta + \frac{۴}{\alpha\beta}-۴=۳+\frac{۴}{۳}-۴=\frac{۱}{۳}$$

معادله جدید براساس فرمول $X^۲ - SX + P = ۰$ به شکل $X^۲ - \frac{۷}{۳}X + \frac{۱}{۳} = ۰$ خواهد بود. اگر طرفین را در ۳ ضرب کنیم، گزینه صحیح خود را نشان می دهد. $۳X^۲ - ۷X + ۱=۰$

۹- گزینه ۲

تابع این نمودار، دارای دو صفر مختلف العلامت می باشد یعنی $P < ۰$ است و ریشه منفی به لحاظ قدرمطلق بزرگ تر است و معنی این جمله این است که $S < ۰$ است. تنها گزینه ای که هم P و هم S آن منفی است، گزینه دوم است.

۱۰- گزینه ۲

روش اول:

تابع $y = -۲x^۲ + ۳x + \frac{۷}{۸}$ را به صورت مربع کامل درمی آوریم.

$$y = -۲(x^۲ - \frac{۳}{۲}x) + \frac{۷}{۸}$$

ضریب X را نصف و سپس به توان ۲ می رسانیم و آن را به عبارت اضافه و کم می کنیم:

$$-\frac{۳}{۲} \div ۲ = -\frac{۳}{۴} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{۹}{۱۶}$$

$$y = -۲(\underbrace{x^۲ - \frac{۳}{۲}x + \frac{۹}{۱۶}}_{(x-\frac{۳}{۴})^۲} - \frac{۹}{۱۶}) + \frac{۷}{۸} = -۲(x-\frac{۳}{۴})^۲ + \frac{۹}{۸} + \frac{۷}{۸} == -۲(x-\frac{۳}{۴})^۲ + ۲$$

از آن جایی که $-۲(x-\frac{۳}{۴})^۲ \leq ۰$ است می توان گفت $-۲(x-\frac{۳}{۴})^۲ + ۲ \leq ۲$ است، یعنی $y \leq ۲$ است.

روش دوم:

نکته!

برد تابع $f(x) = ax^۲ + bx + c$ اگر، $a > ۰$ باشد، بازه $[-\frac{\Delta}{۴a}, +\infty)$ است و اگر $a < ۰$ باشد، بازه $(-\infty, -\frac{\Delta}{۴a}]$ است.

برد تابع $f(x) = -۲x^۲ + ۳x + \frac{۷}{۸}$ برابر بازه $(-\infty, -\frac{۳^۲ - ۴(-۲)(\frac{۷}{۸})}{۴(-۲)}]$ یعنی $(-\infty, -۲]$ است.

۱۱- گزینه ۲

با جای X در معادله ۲ قرار می دهیم:

$$\frac{۱}{۴+۲} + \frac{۱-۲m}{۸-۲} = \frac{۴}{۱-۴} \Rightarrow \frac{۱}{۶} + \frac{۱-۲m}{۶} = -\frac{۴}{۳} \Rightarrow m = ۵$$

با جایگذاری $m = ۵$ در معادله، شروع به حل معادله می کنیم:

$$\frac{۱}{x^۲ + x} + \frac{۱-۵x}{x^۳ - x} = \frac{x^۲}{۱-x^۲} \Rightarrow \frac{۱}{x(x+۱)} + \frac{۱-۵x}{x(x+۱)(x+۱)} = \frac{x^۲}{(۱-x)(۱+x)}$$

طرفین معادله را در $x(x+۱)(x-۱)$ ضرب می کنیم:

$$x - ۱ + ۱ - ۵x = -x^۲ \cdot x \Rightarrow -۴x = -x^۳ \Rightarrow x^۳ - ۴x = ۰ \Rightarrow x(x-۲)(x+۲) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \Rightarrow \text{غ ق ق (مخرج کسرها را صفر می کند.)} \\ x = ۲ \\ x = -۲ \end{cases}$$

بنابراین معادله به جز $x = ۲$ فقط یک ریشه دیگر دارد.

۱۲- گزینه ۴

روش اول:

$$\sqrt{۱-x} = x^۲ - ۲x + ۱ \Rightarrow \sqrt{۱-x} = (x-۱)^۲ \Rightarrow \sqrt{۱-x} = (۱-x)^۲$$

دقت کنید $(x-۱)^۲ = (۱-x)^۲$ است.

حال به جای $۱-x$ مجهول معاون A را قرار می دهیم.

$$\sqrt{A} = A^۲ \Rightarrow A = A^۴ \Rightarrow A^۴ = ۰ \Rightarrow A(A^۳-۱)=۰ \Rightarrow \begin{cases} A = ۰ \\ A = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱-x=۰ \Rightarrow X = ۱ \\ ۱-x=۱ \Rightarrow X = ۰ \end{cases}$$

هر دو ریشه قابل قبول هستند و مجموع آن ها برابر یک است.

روش دوم:

اگر عدد ثابت ۱- رو به طرف راست تساوی ببریم اوضاع خیلی تغییر می کنه.

$$\sqrt{۱-x} = x^۲ - ۲x + ۱ \Rightarrow \sqrt{۱-x} = (x-۱)^۲$$

تابع $y_۱ = \sqrt{۱-x}$ و $y_۲ = (x-۱)^۲$ را در یک دستگا مختصات رسم می کنیم. نمودار دو منحنی در یک دستگاه مختصات به صورت زیر است:

با توجه به نمودار هم کاملا مشخصه که جواب ها $x = ۰$ و $x = ۱$ هستند، در نتیجه:

مجموع جواب ها = ۰+۱+۱

۱۳- گزینه ۳

ابتدا نمودار $|x| - ۲$ را رسم می کنیم:

از آن قدر مطلق می گیریم:

حال منحنی را ۲ واحد به پایین انتقال می دهیم:

مساحت مورد نظر، ۲ برابر مساحت مثلثی به قاعده ۴ و ارتفاع ۲ می باشد، یعنی:

$$۲ \times \left(\frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۲\right) = ۸$$

۱۴ – گزینه ۳

در متوازی الاضلاع ABCD مجموع مختصات رئوس مقابل هم، با یکدیگر برابرند. یعنی:

$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱ + ۴ = ۳ + m + ۱ \\ ۲ + ۵ = ۷ + n - ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = ۱ \\ n = ۱ \end{cases} \Rightarrow mn = ۱$$

۱۵ – گزینه ۲

ابتدا شیب خط AB را کی یابیم:

$$m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{۳-(-۱)}{۸-۲}=\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$$

چون خط مطلوب، بر خط AB عمود است، پس شیب آن عکس و قرینه شیب AB است.

$$m'=-\frac{۱}{m_{AB}}=-\frac{۱}{\frac{۲}{۳}}=-\frac{۳}{۲}$$

بنابراین شیب خط $(k+۱)y+۲kx-k+۱=۰$ برابر $-\frac{۳}{۲}$ است.

$$(k+۱)y+۲kx-k+۱=۰\Rightarrow y=\frac{-۲k}{k+۱}x+\frac{k-۱}{k+۱}$$

$$m'=\frac{-۲k}{k+۱}=-\frac{۳}{۲}\Rightarrow ۴k=۳k+۳\Rightarrow k=۳$$

حال با جایگذاری ۳ به جای K معادله را حل می کنیم:

$$(k+۱)y+۲kx-k+۱=۰\xrightarrow{k=۳}۲y+۳x=۱$$

۱۶- گزینه ۳

شیب خط AB را می یابیم.

$$m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{۲-۱}{۱-۳}=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow m_{CH}=\frac{-۱}{m_{AB}}=\frac{-۱}{-\frac{۱}{۲}}=۲$$

معادله CH را می نویسیم:

$$y-y_C=m_{CH}(x-x_C)\Rightarrow y-۴=۲(x+۱)\Rightarrow y=۲x+۶$$

این خط محور Yها را در $X=۰$ قطع می کند.

$$y=۲(۰)+۶\Rightarrow y=۶$$

۱۷- گزینه ۳

فاصله خطوط موازی را دو به دو با هم می یابیم. (این فاصله ها، اضلاع مستطیل می باشند)

$$\begin{cases}۲x+y-۵=۰\\۲x+y-۳=۰\end{cases}\Rightarrow\frac{|-۵-(-۳)|}{\sqrt{۲^۲+۱^۲}}=\frac{۲}{\sqrt{۵}}$$

از طرفی باید دو خط $x-۲y-۱۴=۰$ و $x+ay-۶=۰$ موازی باشند. پس شیب های آن ها برابر و $a=-۲$ است.

$$\begin{cases}x-۲y-۱۴=۰\\x+ay-۶=۰\end{cases}\Rightarrow\frac{|-۱۴-(-۶)|}{\sqrt{۱^۲+(-۲)^۲}}=\frac{۸}{\sqrt{۵}}$$

محیط مستطیل برابر می شود با: $P=۲\left(\text{عرض}+\text{طول}\right)=۲\left(\frac{۸}{\sqrt{۵}}+\frac{۲}{\sqrt{۵}}\right)=\frac{۲۰}{\sqrt{۵}}=۴\sqrt{۵}$

۱۸- گزینه ۱

رابطه R به صورت مقابل می باشد:

$$R = \{(۱.۱).(۱.۲).(۱.۳).(۱.۴).(۱.۵).(۲.۱).(۲.۲).(۲.۳).(۳.۱)\}$$

برای اینکه رابطه فوق یک تابع باشد، از زوج مرتب های شامل مولفه اول برابر ۱ باید حداقل ۴ تا و از زوج مرتب های شامل مولفه اول برابر ۲ باید حداقل ۲ تا حذف شوند تا زوج مرتبی با مولفه اول یکسان باقی نماند که در مجموع $۲ + ۴$ تا می شود.

۱۹- گزینه ۲

گزینه۱:

$D_f = D_g = \mathbb{R}$ اما $f(-۲) = ۴$ و $g(-۲) = -۴$؛در نتیجه f وg با هم مساوی نیستند. (با این که به ازای $x \neq -۲$، ضابطه هایشان برابر می شود.)

گزینه۲:

$$\begin{cases} f: \sqrt{۱+x^۲} + ۱ = ۰ \Rightarrow \sqrt{۱+x^۲} = -۱ \text{ معادله جواب ندارد. (مخرج ریشه ندارد)} \\ ۱ + x^۲ \geq ۰ \Rightarrow x^۲ \geq -۱ \text{ همواره برقرار است} \end{cases} \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$g: ۱ + x^۲ \geq ۰ \; x^۲ \geq -۱ \xrightarrow{\text{همواره برقرار است}} D_g = \mathbb{R} \; \checkmark$$

پس دامنه دو تابع برابر است، حال ضابطه ها را بررسی می کنیم:

$$f(x) = \frac{x^۲}{\sqrt{۱+x^۲}+۱} \times \frac{(\sqrt{۱+x^۲}-۱)}{(\sqrt{۱+x^۲}-۱)} = \frac{x^۲(\sqrt{۱+x^۲}-۱)}{۱+x^۲-۱} = \sqrt{۱+x^۲} - ۱ = g(x)$$

پس ضابطه ها نیز برابرند و در نتیجه دو تابع با هم مساوی هستند.

گزینه ۳:

$$h: x(x-۲) \geq ۰ \xrightarrow{؟؟؟} D_h = (-\infty.۰] \cup [۲.+\infty)$$

$$k: \begin{cases} x \geq ۰ \\ x - ۲ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۲ \end{cases} \xrightarrow{\cap} D_k = [۲.+\infty)$$

$D_h \neq D_k \Rightarrow$ نمی توانند مساوی باشند k و h

گزینه ۴:

$$q: x^۲ - ۶x + ۹ \geq ۰ \Rightarrow (x-۳)^۲ \geq ۰ \Rightarrow \begin{matrix} D_q = \mathbb{R} \\ D_p = \mathbb{R} \end{matrix} \Rightarrow D_q = D_p$$

حال ضابطه ها را بررسی می کنیم:

$$q(x) = \sqrt{x^۲ - ۶x + ۹} = \sqrt{(x-۳)^۲} = |x-۳| \neq p(x)$$

ضابطه ها برابر نیستند، پس qوp نمی توانند مساوی باشند.

۲۰- گزینه ۴

چون $x^{۲}-۲x-۱۵=(x-۵)(x+۳)$ و $k(x)=(x-۵)$ می باشند، نتیجه می گیریم در مخرج ضابطه اول $h(x)$ (ضابطه بالایی) عبارت $(x+۳)$ وجود دارد. بنابراین:

$$x-m=x+۳\Rightarrow m=-۳$$

$$h(x)=\begin{cases}\dfrac{(x-۵)(x+۳)}{(x+۳)} & ; \quad x\neq -۳\\ ۴n+۳ & ; \quad x=-۳\end{cases}$$

حال با توجه به مقدار m و نیز ضابطه پایینی در $h(x)$، باید $h(-۳)=k(-۳)$ باشد.

$$\left.\begin{matrix}h(-۳)=۴n+۳\\ k(-۳)=-۳-۵=-۸\end{matrix}\right\}\Rightarrow ۴n+۳=-۸\Rightarrow ۴n=-۱۱\Rightarrow n=\frac{-۱۱}{۴}\Rightarrow ۴mn=۴(-۳)\left(-\frac{۱۱}{۴}\right)=۳۳$$

۲۱- گزینه ۱

از نامعادله $۲x+۳>۰$ نتیجه می گیریم $x>$ -۱/۵ اما چون $D=\mathbb{Z}$ است مجموعه جواب می شود $\{-۱,۰,۱,\ldots\}$

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۲: مجموعه جواب $S=\{\pm۷,\pm۴,\ldots\}$ است، چون مضارب صحیح عدد ۷ به صورت ۷k هستند که $k\in\mathbb{Z}$. اگر به جای k، اعداد صحیح را قرار دهید مجموعه جواب به دست می آید.

گزینه۳: مجموعه جواب $S=\{۱,۴,۹,\ldots\}$ است، چون اگر x منفی باشد $\sqrt{x}$تعریف نمی شود.

گزینه ۴: مجموعه جواب، همه اعداد صحیح به غیر از صفر هستند. چون مجموعه جواب (S) زیرمجموعه دامنه (D) است. دامنه برابر اعداد صحیح است پس مجموعه جواب از آن انتخاب می شود به طوری که گزاره به دست آمده درست باشد.

۲۲- گزینه ۳

$$\sim(p\wedge q)\vee(\sim p\wedge q)\equiv(\sim p\vee\sim q)\vee(\sim p\wedge q)$$

$$\Rightarrow\underbrace{\underbrace{((\sim p\vee\sim q)\vee\sim p)\wedge\underbrace{(\sim p\vee\sim q)\vee q)}_{\text{همواره درست}}}_{T}}$$

$$\equiv(\sim p\vee\sim q)\wedge$$

$$\equiv\sim p\vee\sim q\equiv\sim(p\wedge q)$$

۲۳- گزینه ۱

اگر p نادرست باشد، ارزش گزاره $p\Rightarrow q$ صرف نظر از q درست است. $p\wedge\sim p$ همواره نادرست است. پس گزاره گزینه «۱» همواره درست می شود.

۲۴- گزینه ۴

ترکیب شرطی ∃ ⟹) فقط در حالت ن ⟹ د است که نادرست می شود. بنابراین p درست ولی r ⟹ q نادرست است. دوباره با همین نکته نتیجه می گیریم q درست ولی r باید نادرست باشد. چون ارزش p وr مثل هم نیست. r ⟺ q نادرست می شود. از طرفی r نادرست و p ~ هم نادرست است پس $p \vee r \sim$ هم نادرست می شود بنابراین شد: $F - F$

۲۵- گزینه ۴

می دانیم: $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

پس هم ارز گزاره می شود: ایران آخرین بازی را نمی برد یا به جام جهانی صعود می کند.

۲۶- گزینه ۴

مربع هر عدد فرد به صورت ۱+ ۸q است، پس تفاضل مربع های دو عدد فرد مضرب ۸ می شود. بنابراین گزینه «۱» درست است.

در گزینه «۲» داریم: $x^{۳} - x = x(x^{۲} - ۱) = x(x - ۱)(x + ۱)$

ضرب ۳ عدد متوالی بر ۳! یا ۶ بخش پذیر است. پس گزینه «۲» هم درست است. در گزینه «۳» هم درست است. اما در گزینه «۴» اگر x و y دو عدد گمگ باشد، مجموع آنها لزوما نگ نیست. مثلا $\sqrt{۲} + (-\sqrt{۲}) = ۰$

۲۷- گزینه ۳

طبق قانون دمورگان داریم:

$$\sim (\forall x \in \mathbb{R}; (x \in \mathbb{N})) \vee (x < ۰) \equiv \exists x \in \mathbb{R};$$

$$\sim (x \in \mathbb{N} \vee x < ۰) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; \sim (x \in \mathbb{N}) \wedge \sim (x < ۰)$$

$$\equiv \exists x \in \mathbb{R}; x \notin \mathbb{N} \wedge x \geq ۰$$

۲۸- گزینه ۱

$$B = \left\{۲ , \begin{matrix} A \\ \{۲\} \end{matrix}\right\} \Rightarrow A \in B \ (A \in C \text{ شبیه همین})$$

$$A = \{۲\} \subseteq \{۲, \{۲\}\} \Rightarrow A \subseteq B$$

۲∈B در حالی که ۲∉C ، پس B∉C و گزینه «۱» نادرست است.

۲۹- گزینه ۲

فرض کنید A وb به ترتیب n وm داشته باشند. چون $A \cap B = \emptyset$ (دو مجموعه جدا از هم) و $A \cup B$ دقیقا ۱۳ عضو دارد داریم:

$$m + n = ۱۳$$

از طرفی $\frac{۲^{n}}{۲^{m}} = ۳۲ = ۲^{۵} \Rightarrow ۲^{n-m} = ۲^{۵} \Rightarrow n - m = ۵$

با حل دستگاه دو معادله دو مجهول، $n = ۹$ و $m = ۴$ به دست می آید، پس A، ۹ عضو دارد.

۳۰- گزینه ۴

$$\{۲,۳,۴\} \subseteq X \subseteq \{۱,۲,۳, \ldots, ۹\}$$

اعداد ۲، ۳ و ۴ حتما عضو X هستند. اعداد ۱، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ ممکن است عضو X باشند یا نباشند یعنی هر کدام دو حالت دارند پس ۶۴= ۲×۲×۲×۲×۲×۲ مجموعه می توان به جای X قرار داد.

۳۱- گزینه ۱

از اون‌جایی که OM و OP با هم برابرند (OM = OP = R) پس متوازی‌الاضلاع داده شده لوزیه. (OM = OP = MN = PN = R) از O به N وصل می‌کنیم .مثلث‌های به دست امده متساوی الاضلاع هستن. بنابراین زاویه‌های این مثلث‌ها برابرن با ۶۰° . پس اختلاف زاویه منفرجه و زاویه حاده در متوازی‌الاضلاع می‌شه ۶۰°

۳۲- گزینه ۴

قطر عمود بر وترهای دایره، منصف اونا هم هستش. از O به A وصل می‌کنیم که شعاع دایره به وجود بیاد. در مثلث قائم‌الزاویه رنگی OAH با فیثاغورس داریم:

$$OA^۲ = OH^۲ + AH^۲ = ۱^۲ + ۳^۲ = ۱۰$$

پس OA یا همون شعاع دایره برابر $\sqrt{۱۰}$ هستش.

۳۳- گزینه ۱

در مثلث رنگی (شمل ۱) مجموع زاویای D و C برابر ۱۲۰° داده شده. پس زاویه DAC برابر با $۶۰^\circ=۱۲۰^\circ-۱۸۰^\circ$ می‌شه. زاویه DAC برای کمان DC زاویه محاطیه (شکل ۲). پس کمان $\widehat{DC}$ برابره با: $\widehat{DC} = ۲ \times ۶۰^\circ = ۱۲۰^\circ$

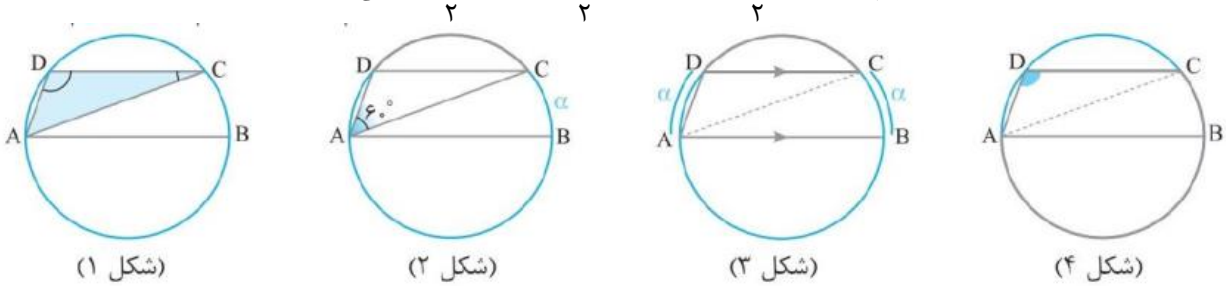
از طرفی طبق خاصیت وترهای موازی در دایره، کمان‌های بین اونا با هم مساوین (شکل ۳): $\widehat{BC} = \widehat{AD}$

مجموع کمان‌های $\widehat{BC}$ ، $\widehat{DC}$ و $\widehat{AD}$ برابر نصف دایره است (AB قطره). پس: $\widehat{AD} + \widehat{DC} + \widehat{BC} = ۱۸۰^\circ$

از اون‌جا، کمان‌های BC و AD می‌شن: $\widehat{AD} = \widehat{BC} = \frac{۱۸۰^\circ - ۱۲۰^\circ}{۲} = ۳۰^\circ$

زاویه ADC برای کمان ABC محاطیه (شکل ۴). پس داریم:

$$\widehat{ADC} = \frac{\widehat{ABC}}{۲} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{BC}}{۲} = \frac{۱۸۰^\circ + ۳۰^\circ}{۲} = ۱۰۵^\circ$$

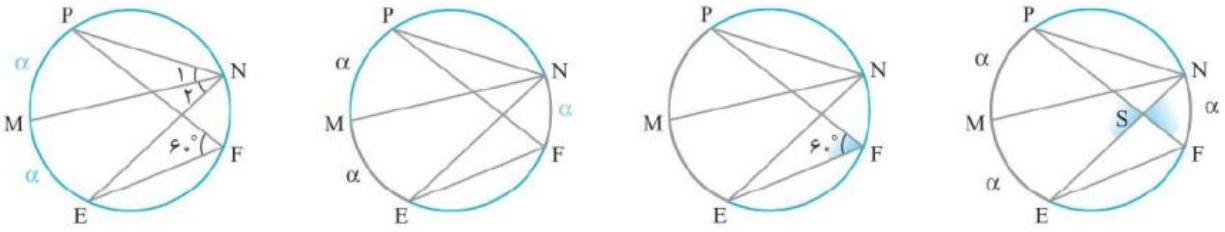


(شکل ۱) (شکل ۲) (شکل ۳) (شکل ۴)

۳۴- گزینه ۴

زاویه‌های N_1 و N_2 با هم برابرن، پس کمان‌های PM و ME با هم مساوی هستن (شکل ۱). از طرفی وترهای MN و EF با هم موازی هستن. پس کمان‌های بینشون مساوین $\widehat{ME} = \widehat{NF}$ (شکل ۲). زاویه PFE برای کمان PME محاطیه (شمل ۳)، پس $\widehat{PFE} = \frac{\widehat{PME}}{۲}$. اما $\widehat{PFE} = ۶۰^\circ$، بنابراین $\widehat{PME} = ۲\alpha = ۱۲۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۶۰^\circ$. زاویه S برای دایره، زاویه بین وترهای متقاطعه (شکل ۴):

$$\hat{S} = \frac{\widehat{PME} + \widehat{NF}}{۲} = \frac{۲\alpha + \alpha}{۲} = \frac{۳\alpha}{۲} = \frac{۳ \times ۶۰^\circ}{۲} = ۹۰^\circ$$



(شکل ۱) (شکل ۲) (شکل ۳) (شکل ۴)

۳۵- گزینه ۳

می‌دانیم وتر قطر عمود بر وتر را نصف می‌کند. در مثلث به دست امده با فیثاغورس داریم:

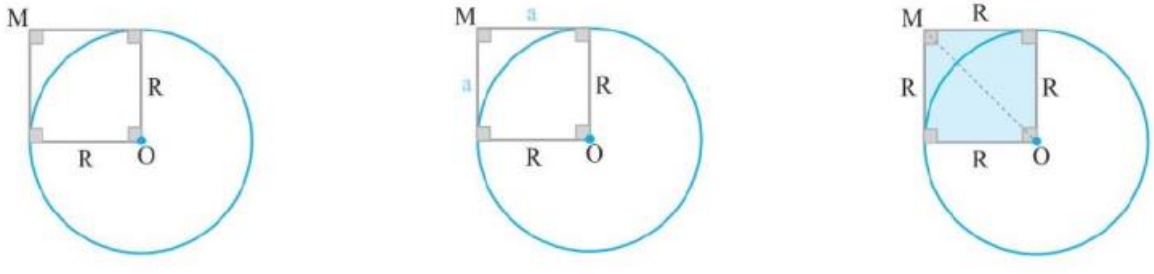
$$x^۲ = r^۲ - \frac{r^۲}{۴} = \frac{۳r^۲}{۴} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}r$$

با استفاده از روابط طولی وترهای متقاطع در خارج دایره (شکل ۳) داریم:

$$AB \times AC = AD \times AE \Rightarrow AB\left(AB + \sqrt{۳}r\right) = r(۳r) \Rightarrow AB^۲ + \sqrt{۳}r.AB - ۳r^۲$$
$$= ۰ \xrightarrow{\text{از حل معادله درجه دوم}} AB = \sqrt{۳}\left(\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}\right)r$$

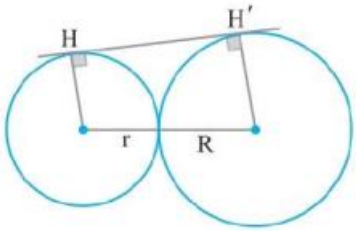
۳۶- گزینه ۱

همه چیزایی که در مسئله اومده، می‌شه (شکل ۱). می‌دونیم که طول مماس‌ها با هم برابرن (شکل ۲). پس چهارضلعی رنگی (شکل ۳) مربعه که OM می‌شه قطرش. پس OM برابره با $R\sqrt{۲}$.



(شکل ۱) (شکل ۲) (شکل ۳)

۳۷- گزینه ۴



می‌دونیم که طول مماس مشترک دو دایره مماس خارج برابر با $HH' = ۲\sqrt{Rr}$ هستش و طبق داده مسئله $HH' = \sqrt{۲}R$ پس $\sqrt{۲}R = ۲\sqrt{Rr}$ که از اون‌جا داریم: $R = ۲r$

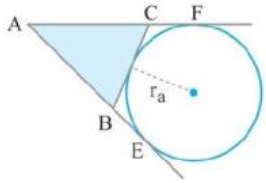
۳۸- گزینه ۱

در یک چندضلعی محیطی می‌دانیم S = rP که r شعاع دایره محاطی و P نصف محیط چندضلعی است. حالا این‌جا مثلث محیطی داریم:

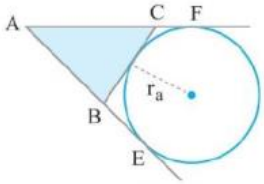
$$\begin{cases} S = rp \\ \underbrace{S = ۲P}_{\text{طبق فرض}} \end{cases} \xrightarrow{\text{حواسمون هست که } P \text{ نصف محیطه}} ۲P = rP \Rightarrow r = ۲$$

۳۹- گزینه ۴

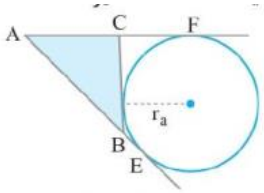
بازم با استفاده از تمرین درس‌نامه می‌دونیم AE و AF هرکدوم نصف محیط مثلثن. از اون‌جایی که AE و AF ثابت هستن، پس محیط مثلث ABC حتما ثابت می‌مونه. اما با تغییر نقطه D مثل شکل‌های زیر، طول ضلع BC که برابر a می‌باشد، تغییر می‌کند و با توجه به ثابت‌بودن r_a و محیط، مساحت متغیر است.



(شکل ۱)



(شکل ۲)



(شکل ۳)

۴۰- گزینه ۱

میدونیم هر زاویه داخلی هشت‌ضلعی منتظم برابره با ۱۳۵°. پس در مثلث‌های متساوی‌الساقین ایجاد شده، هر زاویه حاده برابر می‌شه با:

$$\frac{۱۸۰^\circ - ۱۳۵^\circ}{۲} = ۲۲/۵^\circ$$

یعنی می‌شه نتیجه گرفت $\widehat{CAB} = ۱۳۵ - \left(۲ \times \frac{۲۲}{۵}^\circ\right) = ۹۰^\circ$. پس مثلث ABC قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین هستش. اگر AB = x فرض بشه، آن‌گاه $BC = x\sqrt{۲}$ و داریم:

$$\frac{BC^۲}{AB^۲} = \frac{\left(x\sqrt{۲}\right)^۲}{(x)^۲} = ۲$$

۴۱- گزینه ۱

با توجه به جدول سری الکتریسیته‌ی مالشی داده شده، با مالش جسم A به جسم C، جسم A بار مثبت و جسم C، بار منفی پیدا خواهند کرد، یعنی الکترون‌ها از جسم A به جسم C منتقل شده‌اند (رد گزینه‌های (۲) و (۴))

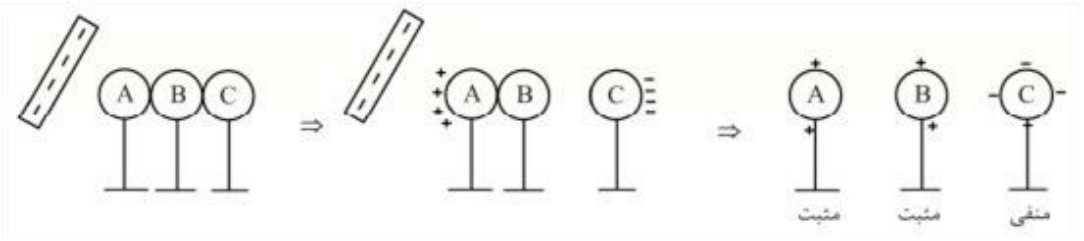
$$\text{مقدار بار جسم } C = qC = -۱۷.۶ \times ۱۰^{-۱۹} C$$

$$\xrightarrow{q=-ne} -۱۷.۶ \times ۱۰^{-۱۹} C = n(-۱.۶ \times ۱۰^{-۱۹}) \Rightarrow n = ۱۱$$

پس ۱۱ الکترون از جسم A به جسم C منتقل شده است.

۴۲- گزینه ۱

علامت کره‌ها به ترتیب A و B و C $\Longleftarrow$



۴۳- گزینه ۳

با تماس میله به الکتروسکوپ، مقداری از بار میله به الکتروسکوپ منتقل می‌شود، الکتروسکوپ دارای بار منفی شده و ورقه‌ها از هم فاصله می‌گیرند. حال با نزدیک شدن میله که دارای بار منفی است به کلاهک الکتروسکوپ بارهای منفی بیشتر از کلاهک به ورقه‌ها منتقل می‌شود و فاصلهٔ بین ورقه‌ها افزایش می‌یابد، بنابراین $\beta > \alpha$ است.

۴۴- گزینه ۱

فرض کنیم مقدار x از یکی از بارها را برداریم و به دیگری اضافه کنیم، آن وقت بارهای ثانویه برابر می‌شوند با:

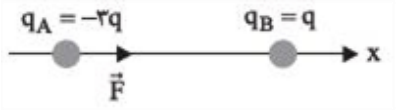
$$(Q-x) \text{ و } (Q+x)$$

بنابراین با استفاده از قانون کولن داریم:

$$\begin{cases} F = k\dfrac{Q^2}{r^2} \\ \frac{8}{9}F = k\dfrac{(Q-x)(Q+x)}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\frac{8}{9}F}{F} = \frac{(Q-x)(Q+x)}{Q^2} \Rightarrow \frac{Q^2-x^2}{Q^2} = \frac{8}{9} \Rightarrow x = \frac{1}{3}Q$$

۴۵- گزینه ۴

نیروی الکتریکی وارد بر بار A به طرف راست است.



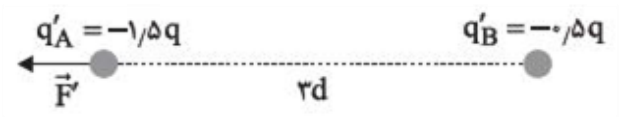
در حالت دوم، نصف بار ذرهٔ A یعنی $-1.5\square$ را از آن جدا کرده و به ذرهٔ B تماس می‌دهیم، پس بار ذره‌ها به صورت زیر خواهد بود:

$$q_A = -3\square - (-1.5)q = -1.5\square$$

$$q_B = q + (-1.5)q = -0.5\square$$

در این حالت بار ذره‌ها همنام می‌شود و نیروی الکتریکی F' به طرف چپ بر ذرهٔ A وارد می‌شود و برای محاسبهٔ آن به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_A q'_B|}{|q_A q_B|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{(1.5q \times 0.5q)}{3q \times q} \times \left(\frac{d}{3d}\right)^2 = \frac{1}{36}$$



اما چون جهت F' مخالف جهت F است داریم:

$$\vec{F'} = -\frac{۱}{۳۶}\vec{F}$$

۴۶- گزینه ۴

از آن‌جایی که کره‌ها یکدیگر را جذب می‌کنند، پس ناهمنام هستند. بارهای کره‌ها را ۱- و ۳+ فرض می‌کنیم:

$$F = \frac{K \times ۳ \times ۱}{۱۵ \times ۱۵}$$

پس از تماس بار هریک از آن‌ها $\frac{+۳-۱}{۲} = ۱$ خواهد بود و در حالت جدید داریم:

$$F' = \frac{K \times ۱ \times ۱}{۱۰ \times ۱۰}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{\frac{۱}{۱۰ \times ۱۰}}{\frac{۳}{۱۵ \times ۱۵}} = \frac{۱}{۳} \times \left(\frac{۱۵}{۱۰}\right)^{۲} = \frac{۳}{۴}$$

دقت کنید چون نسبت نیروها خواسته شده، هیچ تبدیل واحدی نیاز نداریم.

۴۷- گزینه ۱

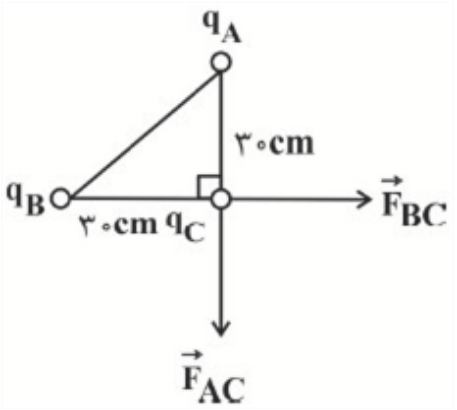
با استفاده از قانون کولن داریم:

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{A^۲}}}{k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{B^۲}}} = \frac{r_{B^۲}}{r_{A^۲}} \Rightarrow \frac{۱۵۰}{۳۷.۵} = \frac{r_{B^۲}}{r_{A^۲}} = ۴ \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = ۲ \Rightarrow r_A = \frac{۱}{۲}r_B$$

بنابراین فاصله‌ی دو بار در حالت A، ۵۰ درصد کمتر از فاصله‌ی بین دو بار در حالت B است.

۴۸- گزینه ۳

ابتدا اضلاع مثلث را می یابیم :



$$AB^۲ = BC^۲ + AC^۲ \xrightarrow{BC=AC} (۳۰\sqrt{۲})^۲ = ۲AC^۲ \Rightarrow AC = ۳۰\ cm$$

$$F_{AC} = k\frac{|q_A||q_C|}{r_{AC}^۲} = \frac{۹\times ۱۰^۹ \times ۳\times ۱۰^{-۶} \times ۵\times ۱۰^{-۶}}{(۳۰\times ۱۰^{-۲})^۲}$$

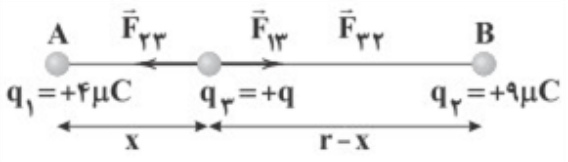
$$۱.۵\ (N) \Rightarrow \vec{F}_{AC} = -۱.۵\vec{j}$$

$$\vec{F}_{BC} = k\frac{|q_B|(q_C)}{r_{BC}^۲} = \frac{۹\times ۱۰^۹ \times ۴\times ۱۰^۶ \times ۵\times ۱۰^{-۶}}{(۳۰\times ۱۰^{-۲})^۲} = ۲(N) \Rightarrow \vec{F}_{BC} = ۲\vec{i}$$

$$\vec{F}_{T,C} = \vec{F}_{AC} + \vec{F}_{BC} = ۲\vec{i} - ۱.۵\vec{j}$$

۴۹- گزینه ۱

چون دو بار همنام هستند، بنابراین بار سوم باید بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر باشد بنابراین:



$$F_{۲۳} = F_{۱۳} \Rightarrow k\frac{|q_۲||q|}{(r-x)^۲} = k\frac{|q_۱||q|}{x^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۹\times ۱۰^{-۶}}{(۱۰-x)^۲} = \frac{۴\times ۱۰^{-۶}}{x^۲} \Rightarrow \frac{۳}{(۱۰-x)} = \frac{۲}{x} \Rightarrow x = ۴\ cm$$

۵۰- گزینه ۲

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$$\vec{E} = \frac{۴\times ۱۰^{-۴} N}{۲\times ۱۰^{-۹}}\vec{i} = ۲\times ۱۰^۵ \frac{N}{C}\vec{i}$$

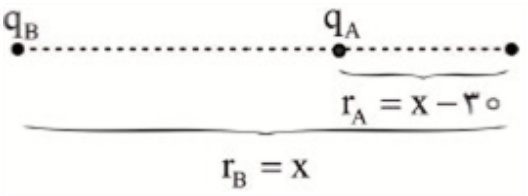
در جهت مثبت محور x ها نیرو وارد می‌شود.

۵۱- گزینه ۴

ابتدا با توجه به رابطه $E = k\frac{|q|}{r^۲}$، نسبت $\left|\frac{q_B}{q_A}\right|$ را تعیین می‌کنیم:

$$\frac{E_B}{E_A} = \left|\frac{q_B}{q_A}\right| \times \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^۲ \Rightarrow ۱ = \left|\frac{q_B}{q_A}\right| \times \left(\frac{۱}{۲}\right)^۲ \Rightarrow \left|\frac{q_B}{q_A}\right| = ۴$$

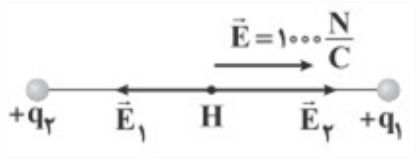
نقطه موردنظر روی خط واصل دو بار و خارج از فاصله بین آن‌ها است و به بار کوچک‌تر (بار A) نزدیک‌تر است:



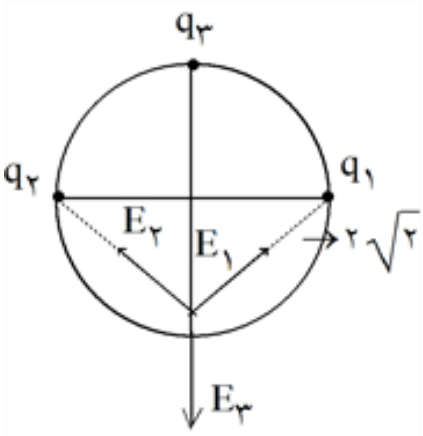
$$\frac{E_B}{E_A} = \left|\frac{q_B}{q_A}\right| \times \left|\frac{r_A}{r_B}\right|^۲ \Rightarrow ۱ = ۴ \times \left(\frac{x-۳۰}{x}\right)^۲ \Rightarrow x = ۶۰\,cm$$

۵۲- گزینه ۳

مطابق شکل زیر، چون برایند میدان‌ها به سمت راست و بار $q_۱$ مثبت است، پس در نقطه‌ی H، $\vec{E}_۱$ به سمت چپ و $\vec{E}_۲$ به سمت راست است. همچنین اندازه‌ی $\vec{E}_۲$ باید بیشتر از اندازه‌ی $\vec{E}_۱$ باشد تا جهت میدان برایند بتواند به سمت راست باشد. اکنون اگر فاصله‌ی بار $q_۲$ تا نقطه‌ی H را کم کنیم، اندازه‌ی میدان $\vec{E}_۲$ بیشتر شده، بنابراین بزرگی میدان برایند نیز در همان جهت افزایش می‌یابد.



۵۳- گزینه ۲



$$E_{۱۲} = \sqrt{E_۱^۲ + E_۲^۲} \Rightarrow \sqrt{E_۱^۲ + E_۲^۲} = E_۳$$

باید دوبار برابر شود تا راستای برایند ۱ و ۲ و ۳ یکی شود.

$$q_۱ = q_۲ \Rightarrow \sqrt{۲}E_۱ = E_۳ \Rightarrow \sqrt{۲}\frac{kq_۱}{(\sqrt{۲}r)^۲} = \frac{kq_۳}{(۲\square)^۲} \Rightarrow \frac{q_۳}{q_۱} = ۲\sqrt{۲}$$

۵۴- گزینه ۲

زمانی که دو کره‌ی رسانای باردار را با هم تماس می‌دهیم، اگر بارهای اولیه‌ی آن‌ها همنام باشند، بار نهایی نیز همنام خواهد بود و اگر بارهای اولیه‌ی آن‌ها ناهمنام باشند، بستگی به اندازه‌ی بارها یا مجموع بارها دارد که اگر مجموع بارهای اولیه‌ی آن‌ها صفر شود، در این صورت میدانی بین دو کره بعد از جدا کردن آن‌ها برقرار نمی‌شود و اگر مجموع بارهای اولیه‌ی آن‌ها غیرصفر شود، در آن صورت بار نهایی دو کره همنام خواهد بود، بنابراین در کل یا دو کره خنثی می‌شوند و یا دارای بار همنام خواهند شد، بنابراین خطوط میدان در اطراف دو کره با گزینه‌ی (۲) مطابقت ندارد.

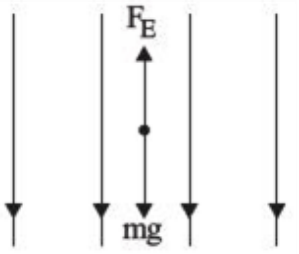
۵۵- گزینه ۲

با توجه به این‌که بر ذره دو نیرو وارد می‌شود، یکی نیروی وزن و دیگری نیروی الکتریکی و ذره در حال در حال تعادل است میتوان نوشت:

$$F_E - mg = 0 \Rightarrow F_E = mg$$

$$\xrightarrow{F_E=|q|E} |q|E = mg \Rightarrow E = \frac{mg}{|q|} = \frac{10 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^{-6}} \Rightarrow E = 2 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

چون بار ذره منفی است، نیروی الکتریکی مخالف میدان الکتریکی است و چون نیروی الکتریکی باید مخالف وزن و رو به بالا باشد، جهت میدان الکتریکی باید رو به پایین باشد.



۵۶- گزینه ۴

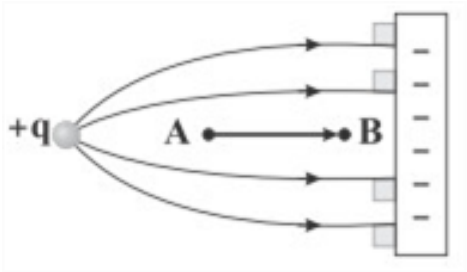
ابتدا خطوط میدان الکتریکی را رسم می‌کنیم:

حال با حرکت از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B تراکم خطوط میدان الکتریکی کمتر شده، پس اندازه‌ی میدان الکتریکی کاهش یافته و طبق رابطه‌ی $F = E|q|$، اندازه‌ی نیروی وارد بر بار از طرف میدان نیز کم می‌شود، بنابراین:

$$F_B < F_A$$

انرژی پتانسیل الکتریکی بار مثبت با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، کاهش می‌یابد، بنابراین:

$$U_B < U_A$$



۵۷- گزینه ۳

چون میدان الکتریکی بین صفحات رسانای باردار، یکنواخت است، پس طبق رابطه‌ی $F = E|q|$ مقدار نیرو ثابت می‌ماند، از طرفی هم چون حرکت بار مثبت به سمت صفحه‌ی منفی حرکت خودبه‌خودی است و انرژی بار آزاد می‌شود $(\Delta U < 0)$، انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد.

۵۸- گزینه ۴

با توجه به رابطه‌ی $\Delta U_E = -qEd\,Cos\,\theta$ داریم:

$$d = ۶\,m$$

$$E = ۱۰^۷ \frac{N}{C} \Rightarrow \Delta U_E = -۱۵ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۰^۷ \times ۶ \times \frac{۱}{۲} \Rightarrow \Delta U_E = -۴۵ \times ۱۰^۱ = -۴۵۰\,J$$

۵۹- گزینه ۳

چون فقط نیروی الکتریکی بر بار اثر کرده است، پس:

$$\begin{cases} \Delta U_E = -\Delta K \\ \Delta K = ۰.۵\,mJ = ۵ \times ۱۰^{-۴} J \end{cases} \Rightarrow \Delta U_E = -۵ \times ۱۰^{-۴} J$$

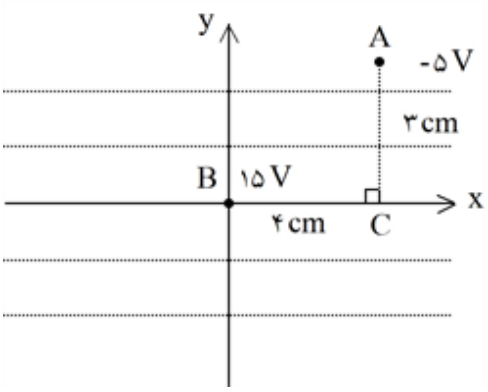
چون جواب منفی است، پس انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش یافته است.

۶۰- گزینه ۳

با توجه به این‌که با حرکت عبور بر خط‌های میدان، پتانسیل الکتریکی نقاط تغییری نمی‌کند، بنابراین پتانسیل الکتریکی نقاط A و C یکسان است. از طرف دیگر، جهت خطوط میدان همواره از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر است، بنابراین جهت خط‌های میدان در جهت محور x است.

برای محاسبهٔ اندازهٔ میدان داریم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{|۱۵ - (-۵)|}{۴ \times ۱۰^{-۲}} \Rightarrow E = ۵۰۰ \frac{N}{C}$$



۶۱- گزینه ۲

میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ موازی یکنواخت است. هم‌چنین صفحه‌ای که به زمین متصل بوده دارای پتانسیل الکتریکی صفر است:

$$E_{AB} = E_{AM} \xrightarrow{E=\frac{\Delta V}{d}} \frac{\Delta V_{AB}}{d_{AB}} = \frac{\Delta V_{AM}}{d_{AM}}$$

$$\Rightarrow \frac{۴۰ - ۰}{۱۵} = \frac{۴۰ - V_M}{۳} \Rightarrow ۸ = ۴۰ - V_M \Rightarrow V_M = ۳۲\,V$$

۶۲- گزینه ۲

تراکم بار در نقاط نوک‌تیزتر اجسام رسانا بیشتر است و پتانسیل الکتریکی همه نقاط یک جسم رسانا یکسان است.

۶۳- گزینه ۱

برای باتری ۱۲ ولتی داریم:

$$\Delta V = V_+ - V_- \Rightarrow ۱۲ = ۰ - V_- \Rightarrow V_- = -۱۲^V$$

$$\Rightarrow V_A = -۱۲^V \ (I)$$

برای باتری ۲۴ ولتی داریم:

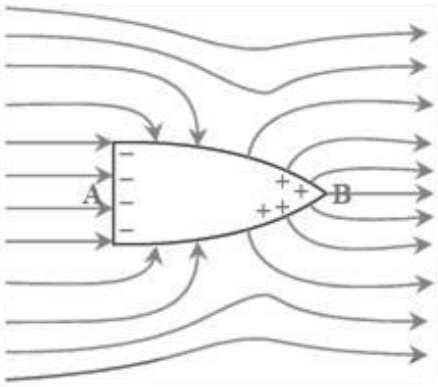
$$\Delta V = V_+ - V_- \Rightarrow ۲۴ = V_+ - (-۱۲) \Rightarrow ۲۴ = V_+ + ۱۲$$

$$\Rightarrow V_+ = ۱۲^V \Rightarrow V_B = ۱۲ \ (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{۱۲}{-۱۲} = -۱$$

۶۴- گزینه ۴

می‌دانیم در شرایط تعادل الکتروستاتیک، میدان الکتریکی بر سطح رسانا عمود است. بنابراین خطوط میدان الکتریکی مطابق شکل تغییر می‌کنند. ضمناً چگالی بار الکتریکی در نقاط نوک‌تیز بیشتر است. بنابراین خطوط میدان در قسمت نوک‌تیز تراکم بیشتری دارند، پس میدان الکتریکی در نقطه‌ی B بیشتر از A است. از آن‌جایی که پتانسیل الکتریکی همواره در جهت میدان کاهش می‌یابد، پتانسیل A بیشتر از B خواهد بود.



۶۵- گزینه ۱

اول حساب می‌کنیم چه مقدار بار بر سطح خارجی جسم رسانا ایجاد شده است.

$$q = ne \Rightarrow q = ۲۵ \times ۱۰^{۱۲} \times ۱.۶ \times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow q = ۴۰ \times ۱۰^{-۷} = ۴ \times ۱۰^{-۶} C$$

$$\sigma = \frac{q}{A} \Rightarrow \sigma = \frac{۴ \times ۱۰^{-۶}}{۲۰۰ \times ۱۰^{-۴}} = \frac{۴ \times ۱۰^{-۶}}{۲ \times ۱۰^{-۲}} = ۲ \times ۱۰^{-۴} \frac{C}{m^۲}$$

۶۶- گزینه ۳

عبارات «آ»، «ب» و «ت» نادرست‌اند. بررسی عبارات:

عبارت آ) نادرست در دوره سوم ۶ عنصر S، P، Si، Al، Mg و Na جامدند که از میان آن‌ها سه فلز Na، Mg و Al و شبه‌فلز Si سطح درخشان دارند.

عبارت ب) نادرست خواص فیزیکی شبه‌فلزها بیشتر شبیه فلزها ،است به‌عنوان‌مثال برخلاف فلزها چکش‌خوار نیستند.

عبارت پ) درست بیشترین اختلاف شعاع اتمی در میان عناصر متوالی از دوره سوم میان Al و Si است.

عبارت ت) نادرست به‌طورکلی در هر دوره از جدول دوره‌ای از راست به چپ شعاع اتمی و خاصیت فلزی افزایش و خاصیت نافلزی کاهش می‌یابد.

۶۷- گزینه ۳

هالوژن برم (Br) در دمای ۲۰۰°C با گاز H_2 واکنش می‌دهد.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

الف) برم در دمای اتاق به‌صورت مایع است.

ب) هالوژن‌ها مولکول‌های دو اتمی دارند.

پ) شعاع اتمی Br از شعاع اتمی F (سرگروه هالوژن‌ها) بزرگ‌تر است زیرا از بالا به پایین شعاع اتمی افزایش می‌یابد.

ت) خصلت نافلزی در هر گروه از بالا به پایین کاهش می‌یابد هالوژن جامد ید (I) است که پایین‌تر از Br قرار دارد.

۶۸- گزینه ۱

عبارت (آ): اسکاندیم یک فلز واسطه در رسانای جریان الکتریکی است و قابلیت مفتول شدن دارد. عبارت (ب): خصلت فلزی در یک گروه از بالا به پایین افزایش، اما در یک دوره از چپ به راست کاهش می‌یابد.

عبارت (پ): با توجه به نمودار کتاب درسی این عبارت درست است.

عبارت (ت): هلیم عنصری از دسته s بوده که در سمت راست جدول دوره‌ای جای دارد.

۶۹- گزینه ۴

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: واکنش‌پذیری و شعاع سدیم از پتاسیم کمتر است.

گزینه «۲» و «۳»: واکنش‌پذیری و شعاع پتاسیم از روی بیشتر است.

گزینه «۴»: واکنش‌پذیری و شعاع اتمی آهن از نقره و فلوئور از کلر به ترتیب بیشتر و کوچک‌تر است.

۷۰- گزینه ۲

واکنش Fe_2O_3 و Na به‌صورت زیر است:

$$Fe_2O_3 + 6Na \rightarrow 3Na_2O + 2Fe$$

ابتدا حساب می‌کنیم که ۸۰ گرم Fe_2O_3 برای واکنش کامل به چند گرم سدیم نیاز دارد؟

$$?\,gNa = 80\,g\,Fe_2O_3 \times \frac{1\,mol\,Fe_2O_3}{160\,gFe_2O_3} \times \frac{6\,mol\,Na}{1\,mol\,Fe_2O_3} \times \frac{23\,g\,Na}{1\,mol\,Na} = 69\,g\,Na$$

بنابراین ۸۰ گرم Fe_2O_3 به ۶۹ گرم Na نیاز دارد؛ درحالی‌که در این واکنش ۸۰ گرم Na وارد شده و مقداری از آن مصرف نخواهد شد. نمودار داده شده نیز به ماده‌ای مربوط است که به‌طور کامل مصرف نمی‌شود. به عبارتی می‌توان نمودار فوق را به سدیم نسبت داد. اکنون حساب می‌کنیم که در این واکنش چند گرم آهن با خلوص ۷۰ درصد تولید می‌شود. توجه کنید که در این واکنش ۸۰ گرم Fe_2O_3 به‌طور کامل مصرف شده است:

$$?\,g\,Fe = 80\,gFe_2O_3 \times \frac{1\,mol\,Fe_2O_3}{160\,g\,Fe_2O_3} \times \frac{2\,mol\,Fe}{1\,mol\,Fe_2O_3} \times \frac{56g\,Fe}{1\,mol\,Fe} \times \frac{100}{70} = 80\,g\,Fe$$

۷۱- گزینه۱

ابتدا واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم و سپس مقدار نهایی گلوکز را به دست می‌آوریم:

$$I)Fe_2O_3(s) + 3co(g) \rightarrow 2Fe(s) + 3CO$$

$$II)\ 2C_2H_5OH(aq) + 2CO_2(g) \rightarrow C_6H_{12}O_6(aq)$$

$$6/4gFe_2O_3 \times \frac{1\,mol\,Fe_2O_3}{160\,g\,Fe_2O_3} \times \frac{3\,mol\,CO_2}{1\,mol\,Fe_2O_3} \times \underbrace{\frac{50}{100}}_{\text{دوره خلوص}} \times \underbrace{\frac{80}{100}}_{\text{بازده در}}$$

مقدار CO_2 تولیدی را در واکنش دوم وارد کرده و مقدار نهایی گلوکز را به دست می‌آوریم:

$$\frac{48}{100}\,mol\,CO_2 \times \frac{1\,mol\,\text{گلوکز}}{2\,mol\,CO_2} \times \frac{180g\,\text{گلوکز}}{1\,mol\,\text{گلوکز}} \times \underbrace{\frac{75}{100}}_{\text{بازده درصد}} = 3/24g\,\text{گلوکز}$$

۷۲- گزینه ۱

اختلاف جرم مخلوط اولیه و مخلوط نهایی به دلیل گاز CO_2* خارج شده از ظرف است، پس می‌توان نوشت:

$$\text{جرم } CO_2 \text{ تولیدی} = 30 - 20/76 = 9/24gCO_2$$

$$?\,g\,CaCO_3 = 9/24g\,CO_2 \times \frac{1\,mol\,CO_2}{44g\,CO_2}$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم نمونه خالص}}{\text{جرم کل}} \times 100$$

$$= \frac{21}{30} \times 100 = \%70$$

۷۳- گزینه ۳

گزینه «۱»: عناصر دسته s شامل ۱۴ عنصر (۱۲ تا فلزات قلیایی و قلیایی خاکی + هیدروژن + هلیم) هستند اما توجه کنید شماره گروه هلیم برابر با تعداد الکترون‌های ظرفیتی‌اش نیست.

گزینه «۲»: گازهای نجیب همگی آرایش پایدار دارند، اما هلیم آرایش هشت‌تایی نداشته و آرایش الکترونی آن به‌صورت $1S^2$ است.

گزینه «۳»: کربن نسبت به سدیم در دسترس تر و ارزان‌تر بوده و به همین دلیل واکنش Fe_2O_3 با کربن نسبت به سدیم ازنظر اقتصادی به‌صرفه‌تر است.

گزینه «۴»: در آلکان‌های راست زنجیر هر اتم کربن حداکثر با دو اتم کربن دیگر پیوند برقرار می‌کند.

۷۴- گزینه ۳

عبارت‌های «الف»، «ب» و «پ» درست هستند. بررسی عبارت «ت»:

نفت خام، مخلوطی از هزاران ترکیب شیمیایی است که بخش عمده آن را هیدروکربن‌های گوناگون تشکیل می‌دهند.

۷۵- گزینه ۳

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) متان نخستین و ساده‌ترین عضو آلکان هاست و اعضای دیگر خانوادهٔ آلکان‌ها مولکول‌هایی است که شمار اتم‌های کربن آن‌ها از دو تا ده‌ها کربن متغیر است.

ب) در آلکان‌های شاخه‌دار، برخی از اتم‌های کربن به سه یا چهار اتم کربن دیگر متصل‌اند.

پ) گشتاور دوقطبی آلکان‌ها حدود صفر است (نا قطبی) و در آب نامحلول‌اند. این ویژگی آلکان‌ها باعث می‌شود تا از آن‌ها برای حفاظت از فلزها استفاده کرد.

ت) آلکان‌ها ترکیباتی سیر شده‌اند؛ بنابراین میزان سمی بودن آن‌ها کم است.

۷۶- گزینه ۴

با توجه به فرمول عمومی آلکان‌ها (C_nH_{2n+2}) فرمول مولکولی این آلکان C_5H_{12} می‌باشد.

$$\frac{2n+2}{n} = 2/4 \rightarrow n = 5$$

فقط عبارت (ت) درست است.

بررسی عبارت‌ها:

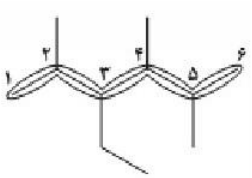
عبارت (الف): پنتان در دمای اتاق به حالت مایع می‌باشد.

عبارت (ب): جرم مولی پنتان از جرم مولی بوتان بیشتر بوده و نقطه‌جوش آن نیز بیشتر است.

عبارت (پ): جرم مولی پنتان برابر ۷۲ گرم بر مول و جرم مولی متان (ساده‌ترین آلکان) برابر ۱۶ گرم بر مول می‌باشد بنابراین تفاوت جرم مولی آن‌ها برابر ۵۶ گرم بر مول می‌باشد.

عبارت (ت) فرمول مولکولی اتان به‌صورت C_2H_6 می‌باشد، پس شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول مولکولی پنتان (C_5H_{12}) دو برابر شمار اتم‌های هیدروژن در فرمولی مولکولی اتان می‌باشد.

۷۷- گزینه ۴



۳-اتیل – ۵،۴،۲ – تری متیل هگزان

۷۸- گزینه ۲

در مورد اول: ۴،۳ – دی متیل نونان نام صحیح آن است.

در مورد چهارم: شماره متیل نمی‌تواند ۱ باشد. نام درست آن ۴،۳ – دی متیل هپتان است.

۷۹- گزینه ۴

ابتدا جرم مولی آلکان را به دست می‌آوریم:

$$\text{چگالی آلکان گازی} = \frac{\text{جرم مولی آلکان گازی}}{\text{حجم مولی گازها}}$$

$$۳ = \frac{M}{۲۴} \rightarrow M = ۳ \times ۲۴ = ۷۲ g.mol^{-۱}$$

جرم مولی آلکان‌ها برابر است با: $۱۴n + ۲$:

$$C_nH_{۲n+۲} = ۱۲(n) + ۱(۲n + ۲) = ۱۴n + ۲$$

اکنون n را به‌صورت مقابل به دست می‌آوریم:

$$۱۴n + ۲ = ۷۲ \rightarrow ۱۴n = ۷۰ \rightarrow n = ۵ \rightarrow C_۵H_{۱۲}$$

معادله سوختن کامل این آلکان به‌صورت زیر است:

$$C_۵H_{۱۲} + ۸O_۲ \rightarrow ۵CO_۲ + ۶H_۲O$$

$$?\,g\,CO_۲ = ۱۴/۴ g C_۵H_{۱۲} \times \frac{۱ mol C_۵H_{۱۲}}{۷۲\,g\,C_۵H_{۱۲}} \times \frac{۵\,mol\,CO_۲}{۱\,mol\,C_۵H_{۱۲}}$$

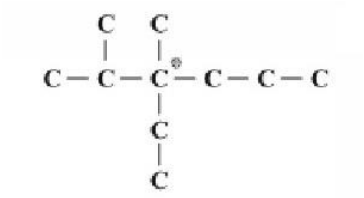
$$\times \frac{۴۴ g\,CO_۲}{۱\,mol\,CO_۲} = ۴۴ g\,CO_۲$$

$$?\,g\,H_۲O = ۱۴/۴ g\,C_۲H_{۱۲} \times \frac{۱\,mol\,C_۵H_{۱۲}}{۷۲ g\,C_۵H_{۱۲}} \times \frac{۶\,mol\,H_۲O}{۱\,mol\,C_۵H_{۱۲}}$$

$$\times \frac{۱۸ g\,H_۲O}{۱\,mol\,H_۲O} = ۲۱/۶ g\,H_۲O$$

۸۰- گزینه ۳

کربن ستاره‌دار (*) به ۴ گروه آلکیل متفاوت متصل شده است.



۸۱-گزینه ۴

بررسی عبارت‌ها:

«آ»: ویژگی کم بودن رسانایی الکتریکی مربوط به شبه فلزهاست توجه کنید که فلزها کاملاً رسانا هستند و ویژگی خرد شدن در اثر ضربه، ویژگی نافلزها و برخی شبه‌فلزها است. پس عنصر موردنظر یک شبه‌فلز است. سیلیسیم همانند ژرمانیم در اثر ضربه خرد می‌شود.

«ب»: کدر بودن سطح و به اشتراک گذاشتن الکترون مربوط به نافلزها و شبه‌فلزها و ویژگی رسانایی جریان برق به‌طور عمده به فلزها و شبه‌فلزها مربوط است اما عنصر نافلزی کربن اگر به‌صورت گرافیت باشد، رسانای جریان برق است.

«پ»: درخشان نبودن و به اشتراک گذاشتن الکترون ازجمله ویژگی‌ها نافلزها است. عنصرهای کلر و گوگرد هر دو نافلزهایی زرد رنگ هستند. گوگرد در دمای اتاق به حالت جامد و کلر به حالت گاز است.

۸۲- گزینه ۲

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: عنصرهای B و Z در واکنش‌های خود یون پایدار ایجاد نمی‌کنند.

گزینه «۳»: عنصر C در شکل گرافیت مانند عناصر Z و Y که به ترتیب سیلیسیم و آلومینیم هستند رسانایی الکتریکی دارد. هر دو عنصر C و Z در واکنش با دیگر عناصر پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهند.

گزینه «۴»: T و D در دمای اتاق هر دو گاز هستند. در جدول تناوبی در گروه نافلزی از بالا به پایین خصلت نافلزی کاهش می‌یابد؛ بنابراین سرعت واکنش D با A بیشتر از T با A است.

۸۳- گزینه ۲

واکنش موازنه شده به‌صورت زیر است:

$$CaCN_2(s) + 3H_2O(l) \rightarrow CaCO_3(s) + 2NH_3(g)$$

با توجه به جرم $CaCN_2$:

$$60\,g\ CaCN_2\text{ناخالص} \times \frac{40\,g CaCN_2\text{خالص}}{100\,g CaCN_2\text{ناخالص}} \times \frac{1\,mol\ CaCN_2}{80\ g\ CaCN_2} \times \frac{2\,mol\ NH_3}{1\,mo;\ CaCN_2} \times \frac{17g\ NH_3}{1\ mol\ NH_3} \times \frac{1L\ NH_3}{1/2g\ NH_3} = 85LNH_3$$

۸۴- گزینه ۳

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) واکنش‌پذیری در گروه فلزهای قلیایی از بالا به پایین افزایش می‌یابد. بنابراین واکنش‌پذیری سدیم از لیتیم بیشتر است.

ب) واکنش‌پذیری هر عنصر به معنای تمایل اتم آن به انجام واکنش شیمیایی است.

۸۵- گزینه ۲

آلکان‌ها، هیدروکربن‌های سیر شده‌ای با فرمول عمومی C_nH_{2n+2} هستند و واکنش کلی سوختن آن‌ها به‌صورت زیر است (دقت شود در شرایط STP، یعنی فشار ۱atm و دمای ۰°C ، حالت فیزیکی H_2O به‌صورت مایع است.)

$$C_nH_{2n+2}(g) + \frac{3n+1}{2}O_2(g) \rightarrow nCO_2(g) + (n+1)H_2O(l)$$

$$179/2L\ CO_2 \times \frac{1mol\ CO_2}{22/4LCO_2} \times \frac{1mol\ \text{آلکان}}{n\ mol\ CO_2} = \frac{8}{n} mol\ \text{آلکان}$$

$$416O_2 \times \frac{1mol\ O_2}{32\ g\ O_2} \times \frac{1mol\ \text{آلکان}}{\frac{3n+1}{2} mol\ O_2} = \frac{26}{3n+1} mol\ \text{آلکان}$$

$$\rightarrow \frac{4}{n} = \frac{13}{3n+1} \rightarrow 13n = 12n + 4 \rightarrow n = 4$$

بنابراین فرمول آلکان موردنظر، C_4H_{10} می‌باشد.

مجتمع فرهنگی - آموزشی علامه طباطبایی(ره)
مؤسسه فرهنگی - آموزشی اندیشه مهر

به سان رود

که در نشیب درّه سر به سنگ میزند

رونده باش

امید هیچ معجزه ای ز مُرده نیست

زنده باش

هوشنگ ابتهاج

مجتمع فرهنگی آموزشی علامه طباطبایی

مؤسسه فرهنگی آموزشی اندیشه مهر علامه طباطبایی

مـــــرکز آزمـــــــون

مجتمع علامه طباطبایی

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱