

۱۳۹۹-متنا-نم-۵۶۹۹۹۱-#

۱- هیچ دو نفری از چهار برادر A, B, C و D هم‌قد نیستند. آن‌ها این گزاره‌ها را گفته‌اند:

A : من نه از بقیه بلندترم و نه از بقیه کوتاه‌ترم.

B : من کوتاه‌ترین نیستم.

C : من بلندترین هستم.

D : من کوتاه‌ترین هستم.

دقیقاً یکی از آن‌ها دروغ می‌گوید. قد کدامشان از بقیه بلندتر است؟

D (۴)

C (۳)

B (۲)

A (۱)

۱۳۹۶-متنا-نم-۲۵۰۸۸۱-#

۲- اگر گزاره‌های $p \Rightarrow q$ و $\sim p \Rightarrow q$ درست باشند کدام گزاره درست است؟

$\sim q$ (۴)

q (۳)

$\sim p$ (۲)

p (۱)

۱۳۹۷-متنا-نم-۲۷۱۱۶۹-#

۳- جدول ارزش گزاره‌ی $p \vee \sim (p \wedge q)$ به کدام صورت می‌باشد؟

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$p \vee \sim (p \wedge q)$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	F	T	T
F	F	F	T	T

(۲)

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$p \vee \sim (p \wedge q)$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	F	T	F
F	F	F	T	T

(۱)

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$p \vee \sim (p \wedge q)$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	F	T	F
F	F	F	T	F

(۴)

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$p \vee \sim (p \wedge q)$
T	T	T	F	F
T	F	F	T	T
F	T	F	T	T
F	F	F	T	T

(۳)

۴- به ازای کدام دامنه متغیر، مجموعه جواب گزاره‌نمای $(3x^2 + x - 4) = 0$ مجموعه‌ای دوعضوی است؟

۱۳۹۸-خوشخوان-نم-۵۳۴۱۷۵-#

مجموعه اعداد گویا (۴)

مجموعه اعداد حقیقی منفی (۳)

مجموعه اعداد حقیقی مثبت (۲)

مجموعه اعداد صحیح (۱)

۱۳۹۹-قلم‌چی-نم-۴۹۷۷۸۶-#

۵- چه تعداد از جمله‌های زیر گزاره محسوب نمی‌شود؟

(الف) چه هوای خوبی

(ب) لطفاً در کلاس را ببندید.

(پ) ای کاش می‌توانستم در یک هوای سالم زندگی کنم.

(ت) صدمین رقم بعد از ممیز عدد π برابر با ۳ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳۹۷-قلم‌چی-نم-۲۵۶۸۴۲-#

۶- نقیض گزاره‌ی «اگر علی دانشجو باشد، دیپلمه هم هست.» کدام است؟

(۱) علی هم دانشجو است و هم دیپلمه. (۲) علی نه دانشجو است و نه دیپلمه. (۳) علی دانشجو نیست ولی دیپلمه هست. (۴) علی دانشجو هست اما دیپلمه نیست.

۷- کدام یک از گزاره‌های زیر با گزاره «اگر یک چهارضلعی دوزنقه متساوی‌الساقین باشد، قطرهای آن هم‌اندازه هستند.» هم‌ارز است؟

۱۳۹۹-قلم‌چی-نم-۴۹۷۸۰۸-#

(۱) اگر در یک چهارضلعی قطرها هم‌اندازه نباشند، آن چهارضلعی دوزنقه متساوی‌الساقین نیست.

(۲) اگر در یک چهارضلعی قطرها هم‌اندازه باشند، آن چهارضلعی دوزنقه متساوی‌الساقین است.

(۳) اگر چهارضلعی دوزنقه متساوی‌الساقین نباشد، آن‌گاه قطرهای آن هم‌اندازه نیستند.

(۴) یک چهارضلعی دوزنقه متساوی‌الساقین است اگر و تنها اگر قطرهای آن هم‌اندازه باشند.

۱۳۹۸ - قلم چی - متوسط - م - #۴۰۹۹۶۷

۸ - کدام گزاره نادرست است؟ (E مجموعه اعداد زوج و O مجموعه اعداد فرد است.)

$$\forall x \in \mathbb{R}; \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \text{Y}$$

$$\forall x \in \mathbb{Z}; 5|x| + 2 \geq 0 \quad \text{O}$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; x > |x| \quad \text{F}$$

$$\exists x \in \mathbb{E}; x + 3 \in \mathbb{O} \quad \text{Y}$$

۱۳۹۸ - قلم چی - متوسط - م - #۴۵۴۶۱۴

۹ - گزاره $[(q \Rightarrow p) \Rightarrow q] \wedge [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)]$ هم ارز منطقی با کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

$$p \wedge q \quad \text{F}$$

$$q \quad \text{Y}$$

$$p \quad \text{Y}$$

$$T \quad \text{O}$$

۱۳۹۸ - قلم چی - آسان - م - #۴۰۵۰۰۱

۱۰ - نقیض گزاره « $\forall x \in \mathbb{R}; 1 < x < 2$ » کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

$$\forall x \in \mathbb{R}; x \leq 1 \vee x \geq 2 \quad \text{F} \quad \exists x \in \mathbb{R}; x \leq 1 \vee x \geq 2 \quad \text{Y} \quad \forall x \in \mathbb{R}; x < 1 \vee x > 2 \quad \text{Y} \quad \exists x \in \mathbb{R}; x < 1 \vee x > 2 \quad \text{O}$$

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ اگر A دروغ گفته باشد، یعنی A یا کوتاه‌ترین است یا بلندترین. در این صورت حتماً یکی از C و D هم دروغ گفته‌اند که ممکن نیست. پس A راست گفته است. اگر B دروغ گفته باشد، یعنی B کوتاه‌ترین است، پس D هم دروغ می‌گوید که ممکن نیست، بنابراین B هم راست گفته است. اگر D دروغ گفته باشد و بقیه راست گفته باشند، هیچ‌یک از A ، B ، C و D کوتاه‌ترین فرد نیستند که ممکن نیست. پس D هم راست گفته است. تنها حالتی که باقی می‌ماند، این است که C دروغ گفته باشد. در این حالت، D کوتاه‌ترین فرد است. هیچ‌یک از A و C هم بلندترین فرد نیستند. پس B بلندترین فرد است.

۲ - گزینه ۳ نکته: $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

نکته: ترکیب عطفی دو گزاره درست همواره درست است.

نکته: ترکیب عطفی دو گزاره‌ی نقیض همواره نادرست است. $p \wedge \sim p \equiv F$

$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ و $p \Rightarrow q \equiv p \vee q$ درست هستند پس ترکیب عطفی آنها نیز درست است.

یعنی: $(p \vee q) \wedge (\sim p \vee q) \equiv q \vee \underbrace{(p \wedge \sim p)}_F = q \vee F \equiv q$ حتماً درست است.

۳ - گزینه ۲

نکته: رابطه عطفی $p \wedge q$ زمانی درست است که هر دو گزاره p و q ارزش درستی داشته باشند. رابطه فصلی $p \vee q$ زمانی نادرست است که هر دو گزاره p و q ارزش نادرستی داشته باشند.

باتوجه به نکات فوق جدول ارزش گزاره در گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

۴ - گزینه ۲ عبارت داده شده سه ریشه ۱، $-\frac{4}{3}$ و $\frac{2}{7}$ را دارد که اگر دامنه متغیر را مجموعه اعداد حقیقی مثبت در نظر بگیریم آن‌گاه مجموعه جواب مجموعه ای دو عضوی خواهد بود.

۵ - گزینه ۳ الف) جملات احساسی یا عاطفی گزاره محسوب نمی‌شوند.

ب) جملات امری گزاره محسوب نمی‌شوند.

پ) جملات احساسی گزاره محسوب نمی‌شوند.

ث) جملات خبری که در حال یا آینده اتفاق می‌افتند گزاره می‌باشند.

۶ - گزینه ۴

نکته:

$$(p \Rightarrow q) \equiv \sim p \vee q, \quad \sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

فرض کنید:

علی دانشجو است: p

علی دیپلمه است: q

در این صورت گزاره‌ی شرطی صورت سؤال معادل گزاره‌ی $p \Rightarrow q$ است و داریم:

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q)$$

$$\equiv \sim (\sim p) \wedge \sim q$$

$$\equiv p \wedge \sim q$$

و این یعنی علی دانشجو است اما دیپلمه نیست.

۷ - گزینه ۱

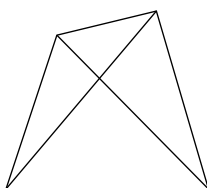
نکته: اگر دو گزاره ارزش یکسان داشته باشند آنها را گزاره هم‌ارز می‌نامند.

نکته: هر گزاره شرطی با عکس نقیض خود هم‌ارز است.

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

گزینه ۱، عکس نقیض گزاره ذکر شده در صورت سؤال است پس با آن هم‌ارز است و ارزش هر دو هم درست است.

مثال نقض برای گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ شکل زیر است که قطرهای آن هم‌اندازه است ولی چهارضلعی دوزنقه متساوی‌الساقین نیست.



۸ - گزینه ۴

تذکر: سور عمومی با دستور $\forall x; p(x)$ زمانی نادرست است که به‌ازای عضوی از دامنه متغیر دارای مثال نقض باشد.

تذکره: سور وجودی با دستور $\exists x; p(x)$ زمانی درست است که بتوان یک عضو از دامنه متغیر مانند x یافت به طوری که در رابطه $p(x)$ صدق کند.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: همواره برای هر عدد صحیح برقرار است و مثال نقضی ندارد.

گزینه ۲: این اتحاد مثلثاتی به ازای هر مقدار $x \in \mathbb{R}$ برقرار است و مثال نقضی ندارد.

گزینه ۳: واضح است مجموع دو عدد زوج و فرد عددی فرد است.

گزینه ۴: می‌دانیم به ازای هر مقدار حقیقی x همواره رابطه $|x| \leq x$ برقرار است بنابراین این سور وجودی به ازای هیچ مقدار $x \in \mathbb{R}$ برقرار نیست و ارزش سور وجودی نادرست است.

۹ - گزینه ۳ روش اول:

طبق جدول ارزش گزاره‌ها، اگر $r \equiv [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)]$ و $s \equiv [(q \Rightarrow p) \Rightarrow q]$ باشند: آنگاه داریم:

p	q	$q \Rightarrow p$	r	s	$r \wedge s$
د	د	د	د	د	د
د	ن	د	د	ن	ن
ن	د	ن	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	ن

همان طور که مشاهده می‌شود، گزاره مورد نظر هم‌ارز منطقی با گزاره q است.

روش دوم:

$$[(q \Rightarrow p) \Rightarrow q] \wedge [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)] \equiv [\sim(\sim q \vee p) \vee q] \wedge [\sim p \vee (q \Rightarrow p)]$$

$$\equiv \underbrace{[(q \wedge \sim p) \vee q]}_{\text{جذب}} \wedge [\sim p \vee (\sim q \vee p)] \equiv q \wedge \underbrace{[(\sim p \vee p) \vee \sim q]}_T \equiv q \wedge T \equiv q$$

۱۰ - گزینه ۳

نکته: نفی گزاره با سور عمومی:

$$\sim(\forall x; p(x)) \equiv \exists x; \sim p(x)$$

نکته:

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\sim(\forall x \in \mathbb{R}; 1 < x < 2) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; \sim(1 < x < 2) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; \sim[x > 1 \wedge x < 2]$$

$$\equiv \exists x \in \mathbb{R}; \sim(x > 1) \vee \sim(x < 2) \equiv \boxed{\exists x \in \mathbb{R}; x \leq 1 \vee x \geq 2}$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲

۳ - ۲

۵ - ۳

۷ - ۱

۹ - ۳

۲ - ۳

۴ - ۲

۶ - ۴

۸ - ۴

۱۰ - ۳