

۱- اگر  $f = \{(1, 5), (2, 0), (3, 4), (4, 6)\}$  و  $g = \{(-1, 4), (2, 1), (0, 3)\}$  باشند، حاصل ضرب اعضای برد تابع  $\frac{2f}{g^{-1}}$  کدام است؟

۱۳۹۸ - قلم چی - ن م - آسان - #۴۳۰۱۲۸

- ① -۷      ② -۶۰      ③ صفر      ④ ۳۶

۲- به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، معادله  $\frac{1}{4}x^4 + mx^2 + m^2 - 1 = 0$  فقط دارای دو جواب حقیقی متمایز است؟

۱۳۹۹ - قلم چی - ن م - متوسط - #۴۹۹۸۳۷

- ①  $(-1, 1)$       ②  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$       ③  $(0, +\infty)$       ④  $\mathbb{R}$

۳- با ۶۰ متر نرده می‌خواهیم دور مزرعه‌ای مستطیل‌شکل، حصار بکشیم. اگر مساحت مزرعه ۲۱۶ متر مربع باشد، طول مزرعه چقدر از عرض آن بیش‌تر است؟

۱۳۹۹ - قلم چی - ن م - متوسط - #۴۹۹۸۶۶

- ① ۳      ② ۱۵      ③ ۶      ④ ۳۰

۱۳۹۹ - قلم چی - ن م - متوسط - #۵۱۱۱۸۱

۴- اگر  $A = \sqrt{8\sqrt{32}}\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{2}}$  باشد، آن‌گاه حاصل  $\left(\frac{A}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$  کدام است؟

- ① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ ۴

۱۳۹۹ - قلم چی - ن م - متوسط - #۵۷۱۵۹۳

۵- جواب معادله  $\frac{1}{\sqrt{x+2}} = 2 + \frac{1}{\sqrt{x-2}}$  کدام است؟

- ① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ ۸

۱۳۹۹ - قلم چی - ن م - متوسط - #۵۵۶۸۱۸

۶- اگر  $A(-1, 2)$ ،  $B(3, 0)$  و  $C(1, -2)$  رأس‌های یک مثلث باشند، طول ارتفاع  $AH$  کدام است؟

- ①  $2\sqrt{3}$       ②  $3\sqrt{2}$       ③ ۴      ④ ۳

## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲

$$2f = \{(1, 10), (2, 0), (3, 8), (4, 12)\} \quad , \quad g^{-1} = \{(4, -1), (1, 2), (3, 0)\}$$

$$D_{2f} \cap D_{g^{-1}} = \{1, 3, 4\}$$

$$\frac{2f}{g^{-1}} = \left\{ \left(1, \frac{10}{2}\right), \left(3, \frac{8}{0}\right), \left(4, \frac{12}{-1}\right) \right\} \rightarrow \frac{2f}{g^{-1}} = \{(1, 5), (4, -12)\}$$

$$\frac{2f}{g^{-1}} \text{ برد حاصل ضرب اعضای برد} = 5 \times (-12) = -60$$

۲ - گزینه ۱

$$\frac{1}{4}t^2 + mt + m^2 - 1 = 0$$

اگر  $x^2 = t$  باشد، آن گاه داریم:

معادله فوق باید یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی داشته باشد تا معادله صورت سوال دو جواب داشته باشد که کافی است ضرب ریشه‌ها منفی باشد:

$$P = \frac{c}{a} = \frac{m^2 - 1}{\frac{1}{4}} < 0 \rightarrow m^2 - 1 < 0 \rightarrow m^2 < 1 \rightarrow m \in (-1, 1)$$

البته اگر  $\Delta = 0$  و یک ریشه حاصل مثبت باشد هم این اتفاق می‌افتد:

$$\Delta = m^2 - 4 \times \frac{1}{4}(m^2 - 1) = 1$$

اما از آن جا که  $\Delta$  همواره مثبت است، پس حالت  $\Delta = 0$  هیچ گاه رخ نمی‌دهد.

۳ - گزینه ۳ یکی از اضلاع مستطیل را  $x$  و ضلع دیگر را  $y$  در نظر می‌گیریم.

$$\text{محیط} = 60 \rightarrow 2(x + y) = 60 \rightarrow x + y = 30 \rightarrow y = 30 - x$$

$$\text{مساحت} = 216 \rightarrow xy = 216 \rightarrow x(30 - x) = 216$$

$$\rightarrow x^2 - 30x + 216 = 0 \rightarrow (x - 18)(x - 12) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 18 \rightarrow y = 12 \\ x = 12 \rightarrow y = 18 \end{cases} \rightarrow \text{اختلاف} = 6$$

۴ - گزینه ۳

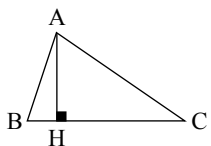
$$A = \sqrt[4]{8\sqrt[3]{32} \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[4]{2^3 \times 5\sqrt[3]{2^5} (2^{-4})^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[4]{2^3 \times 2 \times 2^{-2}} = 2^2 \times 2^{-2} = 2^0 = 1$$

$$\text{پس: } \left(\frac{A}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} = 27^{\frac{1}{3}} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3$$

۵ - گزینه ۲ اگر طرفین معادله را در  $(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)$  ضرب کنیم، داریم:

$$\frac{1}{\sqrt{x} + 2} = 2 + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \xrightarrow{\times(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \sqrt{x} - 2 = 2(x - 4) + \sqrt{x} + 2 \Rightarrow -2 = 2x - 8 + 2 \Rightarrow x = 2$$

۶ - گزینه ۲ ابتدا معادله ضلع  $BC$  را با داشتن دو نقطه می‌نویسیم.



$$BC: \frac{y - y_B}{x - x_B} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} \rightarrow \frac{y}{x - 3} = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow x - 3 = y \rightarrow x - y - 3 = 0$$

اکنون فاصله نقطه  $(-1, 2)$  را از ضلع  $BC$  بدست می‌آوریم:

$$AH = \frac{|-1 - 2 - 3|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

فاصله نقطه  $A \left| \frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$  از خط به معادله  $ax + by + c = 0$  را رابطه  $AH = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  بدست می‌آید.

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲

۲ - ۱

۳ - ۳

۴ - ۳

۵ - ۲

۶ - ۲