

۱ بازه $(-\infty, \frac{a}{2}] \cap [\frac{2a-1}{3}, +\infty)$ فقط شامل یک عضو است. a کدام است؟

۱ صفر

۲ ۱

۳ ۲

۴ ۳

۲ کدام یک از گزینه های زیر الزاماً صحیح نیست؟

۱ اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه ای متناهی باشد، آن گاه A متناهی است.

۳ اگر A و B مجموعه هایی نامتناهی باشند، $A - B$ نیز نامتناهی است.

۲ اگر $A \subseteq B$ و A مجموعه ای نامتناهی باشد، آن گاه B نامتناهی است.

۴ اگر A و B مجموعه هایی متناهی باشند، $A - B$ نیز متناهی است.

۳ اگر دنباله ای از چوب کبریت ها به شکل زیر داشته باشیم و آن را تا ۸ مرحله ادامه دهیم، تعداد چوب کبریت های استفاده شده در مرحله هشتم

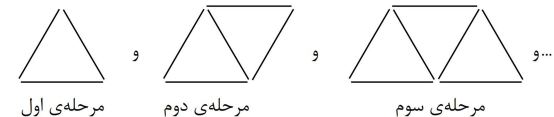
کدام است؟

۱ ۱۹

۲ ۱۷

۳ ۱۸

۴ ۲۱



۴ با توجه به الگوی زیر، در مرحله ۹۸م تعداد مثلث های تیره چند برابر تعداد مثلث های سفید است؟

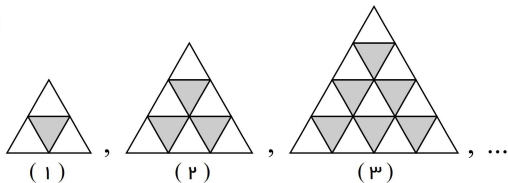
۱ ۹۸

۲ ۹۹

۳ ۱۰۰

۴ ۱۰۱

۱۳۹۸ - ن - متوسط - قلم چی - ۱۴۱۴۹۶۷



۵ اگر بین دو عدد ۷ و ۱۷، چهار واسطه هندسی درج کنیم، نسبت بزرگ ترین واسطه به کوچک ترین واسطه چقدر است؟

۱ ۳

۲ ۹

۳ ۲۷

۴ ۸۱

۶ در یک کلاس، نصف دانش آموزان به ورزش فوتبال، $\frac{3}{8}$ دانش آموزان به ورزش والیبال و $\frac{1}{8}$ دانش آموزان به هر دو رشته ورزشی علاقه مند

هستند. اگر ۱۰ نفر به هیچ یک از این دو رشته ورزشی علاقه مند نباشند، تعداد دانش آموزانی که به هر دو رشته ورزشی علاقه مندند، کدام است؟

۱ ۵

۲ ۱۰

۳ ۱۵

۴ ۲۰

۷ در کلاسی که ۲۸ نفر دانش آموز دارد، ۲۱ نفر حداقل به یکی از رشته های فوتبال یا والیبال علاقه دارند، اگر ۱۷ نفر به فوتبال و ۹ نفر به والیبال

علاقه داشته باشند، چند نفر فقط به یکی از این دو رشته علاقه دارند؟

۱ ۱۳

۲ ۱۴

۳ ۱۶

۴ ۱۷

۸ اگر $A = [-1, 2]$ و $B = (0, 3]$ ، آنگاه کدام مجموعه زیر، بازه $(2, 3]$ است؟

۱ $A \cup B$

۲ $B - A$

۳ $B \cap A$

۴ $A - B$

۹ در یک الگوی خطی با جملات متمایز، حاصل کدام عبارت برابر جمله سیزدهم نیست؟

۱ $5a_5 - 4a_3$

۲ $\frac{a_8 + a_{18}}{2}$

۳ $\frac{5a_{20} - a_{24}}{4}$

۴ $\frac{5a_8 + a_{38}}{6}$

۱۰) اگر جملات چهارم و هشتم یک دنباله‌ی هندسی به ترتیب از راست به چپ برابر با ۹ و ۱۲ باشند، جمله‌ی دوازدهم این دنباله کدام است؟

۱) ۱۰۸

۲) ۱۶

۳) ۳۶

۴) ۱۸

۱۱)

کدام گزینه است؟

۱) $\frac{15}{2}$

۲) ۵

۳) $\frac{5}{3}$

۴) $\frac{10}{3}$

۱۲)

مرجع U هستند.)

۱) $n(A \cap B) = 10$

۲) $n(A - B) = 5$

۳) $n(B - A) = 15$

۴) $n(A \cup B) = 45$

۱۳)

رابطه‌ی $t_n = (m - 2)n^2 + \frac{m}{2}n + 1$ جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی است. جمله‌ی هفتم این دنباله کدام است؟

۱) ۶

۲) ۸

۳) ۱۰

۴) ۱۲

۱۴)

در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی هفتم برابر ۲۴ و جمله‌ی بیست و هفتم برابر ۶۴ است. جمله‌ی هشتمادهم این دنباله کدام است؟

۱) ۱۷۰

۲) ۱۸۰

۳) ۱۹۰

۴) ۲۱۰

۱۵)

است؟

۱) ۹

۲) ۱۰

۳) ۱۱

۴) ۱۲

۱۸۷۰۱۳۰#-نم-متوسط-قلم چی-۱۳۹۶

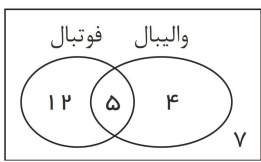
۱۳۹۳۲۶۹#-نم-متوسط-قلم چی-۱۳۹۷

۱۶۰۷۱#-نم-متوسط-قلم چی-۱۳۹۸

۱۲۳۳۸۲۹#-نم-سخت-متنا-۱۳۹۶

۱۲۳۳۸۳۹#-نم-متوسط-متنا-۱۳۹۶

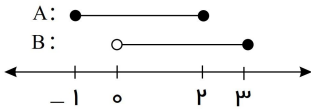
۵۹۴۱#-نم-سخت-سراسری-۱۳۸۸



توجه به نمودار افرادی که فقط به یکی از دو رشته علاقه دارند برابر است با $12 + 4 = 16$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

بازه‌ها را روی محور نمایش می‌دهیم و گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



۱) $A \cup B = [-1, 3]$

۲) $B - A = (2, 3]$

۳) $B \cap A = (0, 2]$

۴) $A - B = [-1, 0]$

جمله عمومی یک الگوی خطی به فرم $t_n = an + b$ است. بنابراین:

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$t_{13} = 13a + b$

حال ببینیم حاصل کدامیک از گزینه‌ها، برابر با عبارت فوق نیست:

۱) $5a_5 - 4a_4 = 5(5a + b) - 4(4a + b) = 13a + b = t_{13}$

۲) $\frac{a_8 + a_{18}}{2} = \frac{(8a + b) + (18a + b)}{2} = \frac{26a + 2b}{2} = \frac{2(13a + b)}{2} = 13a + b = t_{13}$

۳) $\frac{5a_{20} - a_{24}}{4} = \frac{5(20a + b) - (24a + b)}{4} = \frac{76a + 4b}{4} = 19a + b \neq t_{13}$

۴) $\frac{5a_8 + a_{38}}{6} = \frac{5(8a + b) + (38a + b)}{6} = \frac{78a + 6b}{6} = 13a + b = t_{13}$

در یک دنباله هندسی، جمله عمومی به صورت $t_n = t_1 q^{n-1}$ است:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$t_9 = 9 \Rightarrow t_1 q^8 = 9 \Rightarrow \frac{t_1 q^8}{t_1 q^7} = \frac{9}{12} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow q = \frac{4}{3}$

$t_{12} = t_9 \times q^3 = 12 \times \frac{4}{3} = 16$

عمله دوازدهم این دنباله، از چهار بار ضرب کردن q در جمله هشتم بدست می‌آید:

اگر اعداد مثبت a و b و c : جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند داریم $b^2 = ac$
در هر دنباله هندسی، قدر نسبت از رابطه $r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ بدست می‌آید.

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

دنباله هندسی حاصل بصورت زیر است:

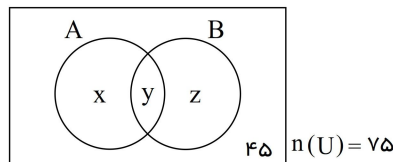
دنباله هندسی
 $20 + x, 50 + x, 100 + x \rightarrow (50 + x)^2 = (20 + x)(100 + x)$
 $\Rightarrow 2500 + 100x + x^2 = x^2 + 120x + 2000 \Rightarrow 20x = 500 \Rightarrow x = 25$
 \Rightarrow دنباله هندسی: ۴۵، ۷۵، ۱۲۵

قدر نسبت دنباله عبارت‌اند از:

$r = \frac{75}{45} = \frac{5}{3}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

با رسم نمودار ون داریم:

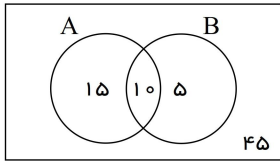


$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = 75 \Rightarrow n(A \cup B) = n(U) - 75 = 75 - 45 = 30$

$n(A') = z + 45 = 50 \Rightarrow z = 5$

$$n(B') = x + ۴۵ = ۶۰ \Rightarrow x = ۱۵$$

$$n(A \cup B) = x + y + z = ۵ + ۱۵ + y = ۳۰ \Rightarrow y = ۱۰$$



با توجه به نمودار ون، گزینه ۱ صحیح است زیرا:

$$n(A \cap B) = ۱۰ \text{ (گزینه ۱)}$$

$$n(A - B) = ۱۵ \text{ (گزینه ۲)}$$

$$n(B - A) = ۵ \text{ (گزینه ۳)}$$

$$n(A \cup B) = ۳۰ \text{ (گزینه ۴)}$$

$$t_n = a_1 + (n - 1)d \quad \boxed{\text{جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی}} \quad \text{۱} \quad \text{۲} \quad \text{۳} \quad \text{۴} \quad \text{۱۳}$$

از آن‌جا که دنباله‌ی حسابی یک الگوی خطی است، جمله‌ی عمومی آن به صورت $t_n = an + b$ است؛ یعنی بر حسب متغیر n از درجه‌ی اول است. بنابراین ضریب جمله‌ی n^2 باید صفر باشد:

$$n^2 \text{ ضریب} = m - ۲ = ۰ \Rightarrow m = ۲$$

پس t_n برابر است با:

$$t_n = \frac{۲}{۲}n + ۱ \Rightarrow t_n = n + ۱$$

$$t_۷ = ۷ + ۱ = ۸$$

حال جمله‌ی هفتم را به دست می‌آوریم:

$$\text{۱} \quad \text{۲} \quad \text{۳} \quad \text{۴} \quad \text{۱۴}$$

$$\begin{cases} t_۷ = ۲۴ \Rightarrow t_1 + ۶d = ۲۴ \\ t_{۲۷} = ۶۴ \Rightarrow t_1 + ۲۶d = ۶۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -t_1 - ۶d = -۲۴ \\ t_1 + ۲۶d = ۶۴ \end{cases} \Rightarrow ۲۰d = ۴۰ \Rightarrow d = ۲$$

$$t_1 + ۶d = ۲۴ \xrightarrow{d=۲} t_1 + ۶ \times ۲ = ۲۴ \Rightarrow t_1 = ۲۴ - ۱۲ = ۱۲$$

جمله‌ی عمومی:

$$t_n = ۱۲ + (n - 1) \times ۲ = ۱۲ + ۲n - ۲ \Rightarrow t_n = ۲n + ۱۰$$

$$t_{۸۰} = ۲ \times ۸۰ + ۱۰ = ۱۶۰ + ۱۰ = ۱۷۰$$

جمله‌ی هشتماد:

$$\text{۱} \quad \text{۲} \quad \text{۳} \quad \text{۴} \quad \text{۱۵}$$

در هر دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و قدر نسبت d ، جمله‌ی m ام از رابطه‌ی $a_n = a_1 + (n - 1)d$ بدست می‌آید و اگر a, b, c سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند آن‌گاه $b^2 = ac$ است.

$$a_۳, a_۷, a_۹ \Rightarrow a_1 + ۲d, a_1 + ۶d, a_1 + ۸d$$

$$\longrightarrow (a_1 + ۲d)(a_1 + ۸d) = (a_1 + ۶d)^2$$

$$\Rightarrow a_1^2 + ۸a_1d + ۲a_1d + ۱۶d^2 = a_1^2 + ۳۶d^2 + ۱۲a_1d$$

$$\Rightarrow ۲۰d^2 + ۲a_1d = ۰ \xrightarrow{\text{تقسیم بر } ۲d} ۱۰d + a_1 = ۰ \Rightarrow a_{۱۱} = ۰$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴

۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴

۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴

۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴