پاسخ سؤالات پنج گزینه‌ای

۱. گزینه ۴ صحیح است.

واکنش‌پذیری مس از سایرین کمتر است، بنابراین دیرتر زنگ می‌زند.

۲. گزینه ۳ صحیح است.

گوگرد در لایهٔ آخر خود ۶ الکترون و در لایهٔ اول خود ۲ الکترون دارد.

۳. گزینه ۳ صحیح است.

عنصر آرگون هم‌گروه با کریپتون (گروه ۸ اصلی) و هم‌تناوب با سیلیسیم (تناوب سوم) است و بخشی از هوای پاک از این گاز تشکیل شده است.

۴. گزینه ۱ صحیح است.

آهک (کلسیم اکسید) از کاتیون کلسیم با عدد اتمی ۲۰ و آنیون اکسید با تعداد الکترون‌های ۱۰ تشکیل شده است.

۵. گزینه ۴ صحیح است.

در تمام گزینه‌ها غیر از گزینه ۴ رابطه بین منومر و پلی‌مر بیان شده است. اوزون پلی‌مر نیست.

۶. گزینه ۴ صحیح است.

این عنصر ۳ الکترون در لایهٔ آخر دارد و فلز است. اکسیژن ۶ الکترون در لایهٔ آخر دارد.

۷. گزینه ۳ صحیح است.

۸. گزینه ۵ صحیح است.

چون مسافت طی شده ۳۰۰ متر و جابه‌جایی متحرک ۱۰۰ متر است. بنابراین تندی متوسط آن سه برابر اندازهٔ سرعت متوسط آن است.

۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$\Delta x = V \times \Delta t \Rightarrow \Delta x = ۷۶۸۰۰۰ km$$

$$\text{فاصله زمین تا ماه} = \frac{\Delta x}{۲} = ۳۸۴۰۰۰ km$$

۱۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$N = F_۱ + W = ۱۰ + ۲۰ = ۳۰ N$$

$$F_۲ = ma \Rightarrow ۸ = ۲ \times a \Rightarrow a = ۴ \frac{m}{s^۲}$$

۱۱. گزینه ۱ صحیح است.

۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{cases} \overline{V} = \dfrac{V_۱ + V_۲}{۲} = \dfrac{V_۰ + (۱۸ \times ۸) + V_۰}{۲} = (۱۸ \times ۴) + V_۰ \\ V_{t=۴s} = ۱۸ \times ۴ + V_۰ \end{cases} \Rightarrow \frac{\overline{V}}{V} = ۱$$

۱۳. گزینه ۳ صحیح است.

با نیروی تکیه‌گاه وارد بر جسم (ب) بیشتر از نیروی وزن جسم (ب) است. نیروهایی که جسم‌های (الف) و (ب) به هم وارد می‌کنند، نیروهای کنش و واکنش است و اندازهٔ این نیروها با هم برابر است.

۱۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{cases} F_۲ - W = f \Rightarrow f = ۱۰۰ - ۸۰ = ۲۰ N \\ N = F_۱ \Rightarrow N = ۱۰۰ N \end{cases} \Rightarrow \frac{F}{N} = \frac{۲۰}{۱۰۰} = ۰/۲$$

۱۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_۶ - V_۰}{۶ s} = \frac{۰ - ۰}{۶} = ۰$$

ریاضی

۱۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{حالت اول} \begin{cases} ۲^{۱-b} = ۲^{۱-a} \\ ۳^{۱+a} = ۳^{۱+b} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱-b = ۱-a \\ ۱+a = ۱+b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b \\ a = b \end{cases} \text{ ü}$$

$a = b$ همان $a - b = ۰$ است و گزینهٔ (۱) صحیح است.

در حالت دوم داریم:

$$\text{حالت دوم} \begin{cases} ۲^{۱-b} = ۳^{۱+b} \\ ۲^{۱-a} = ۳^{۱+a} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۱-b = ۰ , ۱+b = ۰ \Rightarrow \text{به ازای هر مقدار } b \text{ معادله برقرار نیست} \\ ۱-a = ۰ , ۱+a = ۰ \Rightarrow \text{به ازای هر مقدار } a \text{ معادله برقرار نیست} \end{cases}$$

در نتیجه حالت (۱) حالت مطلوب است و جواب گزینهٔ (۱) می‌باشد.

۱۷. گزینه ۴ صحیح است.

فرض کنید، تمام زیرمجموعه‌های مجموعهٔ ۳ عضوی $A = \{۱,۲,۳\}$ را نداشته‌ایم:

$$\{۱\},\{۲\},\{۳\},\{۱,۲\},\{۱,۳\},\{۲,۳\},\{۱,۲,۳\},\varnothing$$

اگر دوبه‌دو با هم اجتماع بگیریم همان مجموعه‌ها می‌شود با این تفاوت که $\varnothing$ دیگر وجود ندارد.

$$C = \{\{۱\},\{۲\},\{۳\},\{۱,۲\},\{۱,۳\},\{۲,۳\},\{۱,۲,۳\}\}$$

حال اگر مجموعه n عضو داشته باشد ۲^n زیرمجموعه دارد و اگر دوبه‌دو اجتماع بگیریم تعدادشان $۲^n - ۱$ می‌شود حال این تعداد در مجموعه‌ای به نام C قرار دارد پس تعداد زیرمجموعه‌های C برابر است با $۲^{۲^n - ۱}$

۱۸. گزینه ۱ صحیح است.

راه حل اول: با توجه به سؤال یکی از حالت‌های زیر را داریم:

در هر حالت عدد ۶ موجود است، پس قطعاً یکی از ۳ کارت عدد ۶ است، پس احتمال آن برابر است با $\frac{۱}{۳}$

۲	۴	۶
۴	۶	۸
۶	۸	۱۰

راه حل دوم: کل حالات را بنویسیم:

۲	۴	۶
۴	۶	۸
۶	۸	۱۰

$$\text{احتمال} = \frac{\text{تعداد ۶ها}}{\text{کل حالات}} = \frac{۳}{۹} = \frac{۱}{۳}$$

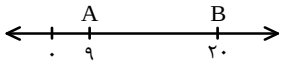
۱۹. گزینه ۳ صحیح است.

مفهوم فاصله همان قدرمطلق است، در واقع:

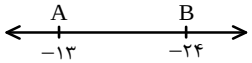
$$|۴x + ۴ - (۲x + ۱)| = ۱۱$$

$$|۴x + ۴ - ۲x - ۱| = ۱۱ \Rightarrow |۲x + ۳| = ۱۱ \Rightarrow \begin{cases} ۲x + ۳ = ۱۱ \Rightarrow x = ۴ \text{ ü} \\ ۲x + ۳ = -۱۱ \Rightarrow x = -۷ \text{ û} \end{cases}$$

اگر $x = ۴$ باشد، آنگاه داریم: $A + B = ۲۹$



و اگر $x=-۷$ باشد آنگاه داریم:



و نمی‌توان صفر را در جای مناسب قرار داد، پس $x=-۷$ قابل قبول نیست.

۲۰. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم

$$\frac{۳۰۳۰۳}{۱۱۱۱۱۱}+\frac{۵۰۵}{۱۱۱۱}=\frac{۳\times\cancel{۱۰۱}^{۱}}{۱۱\times\cancel{۱۰۱}^{۱}}+\frac{۵\times\cancel{۱۰۱}^{۱}}{۱۱\times\cancel{۱۰۱}^{۱}}=\frac{۳}{۱۱}+\frac{۵}{۱۱}=\frac{۸}{۱۱}$$

$$=\frac{۸\times۹}{۱۱\times۹}=\frac{۷۲}{۹۹}=۰/\overline{۷۲}$$

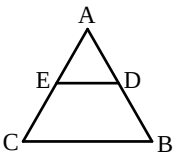
۲۱. گزینه ۱ صحیح است.

مجموع دو عدد گنگ همواره گنگ نیست به‌طور مثال که عددی گنگ است و $B=۵+\sqrt{۲}$ که عدد B نیز عددی گنگ است اما حاصل جمع آنها گویا است.

$$A=۳-\sqrt{۲}$$
$$B=۵+\sqrt{۲}$$
$$A+B=۸$$

۲۲. گزینه ۲ صحیح است.

دو مثلث $\overset{\Delta}{ADE}$ و $\overset{\Delta}{ABC}$ متشابه‌اند و نسبت تشابه آنها به‌صورت زیر است.



$$\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}$$

برای به‌دست آوردن $\frac{BC}{DE}$ کافی است نسبت تشابه را معکوس کنیم:

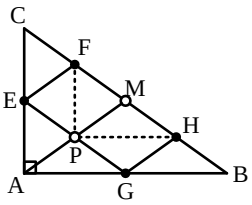
$$\frac{BC}{DE}=\frac{AC}{AE}=\frac{AB}{AD}\Rightarrow\frac{BC}{DE}=\frac{AE+EC}{AE}=\frac{AD+DB}{AD}$$
$$\Rightarrow\frac{BC}{DE}=۱+\frac{EC}{AE}=۱+\frac{DB}{AD}\Rightarrow\boxed{\frac{BC}{DE}=۱+\frac{EC}{AE}}$$

۲۳. گزینه ۳ صحیح است.

در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر نصف وتر است، پس:

$$\overline{AM}=\overline{CM}=\overline{HB}$$

محل برخورد EG و AM را P می‌نامیم، اگر از نقطهٔ P به نقاط F و H خطی وصل کنیم، تمام مثلث‌های کوچک با هم، هم‌نهشت می‌شوند، چهارضلعی FEGB از ۵ مثلث کوچک هم‌اندازه تشکیل شده است، پس مساحت هر مثلث برابر $\frac{x}{۵}$ می‌باشد چهارضلعی ACHG از ۷ مثلث کوچک تشکیل شده است، پس داریم: $۷\times\frac{x}{۵}=\frac{۷}{۵}x$



۲۴. گزینه ۱ صحیح است.

از تساوی $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$ متوجه می‌شویم مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است، چون $\overline{AM}=\overline{AN}$ و $\hat{A}=۶۰$ پس مثلث AMN نیز متساوی‌الاضلاع است، پس می‌توانیم نتیجه بگیریم $MN\parallel BC$ پس دو مثلث AMN و ABC نیز متشابه‌اند، از مطالب بالا متوجه می‌شویم چهارضلعی MNBC ذوزنقه است و همان‌طور که می‌دانیم اگر وسط ضلع‌های یک ذوزنقه را به هم وصل کنیم اندازهٔ آن نصف مجموع دو قاعده‌اش است یعنی:

$$TP=\frac{۱}{۲}(MN+BC)$$

از طرفی نسبت تشابه دو مثلث AMN و ABC برابر است با:

$$\frac{AM}{AC}=\frac{AN}{AB}=\frac{MN}{BC}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{MN}{BC}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\boxed{BC=۲MN}$$

پس: $TP=\frac{۱}{۲}(MN+۲MN)\Rightarrow TP=\frac{۳}{۲}MN\Rightarrow\boxed{\frac{MN}{TP}=\frac{۲}{۳}}$

۲۵. گزینه ۲ صحیح است.

عدد ۱ به هر توانی برسد، حاصل برابر ۱ می‌شود.

$$\frac{۲^{\overset{۱}{\boxed{۱^{x^۲}}}}}{۲^{x+۱}}=\frac{۲^{۱}}{۲^{x+۱}}=۲^{۱-x-۱}=۲^{-x}=\left(\frac{۱}{۲}\right)^{x}$$

۲۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$S=\frac{۳}{۴}\pi r^۲\Rightarrow\frac{۴S}{۳\pi}=r^۲\Rightarrow r=\sqrt{\frac{۴S}{۳\pi}}$$

$$\overset{\frown}{AB}=\frac{۱}{۴}\times۲\pi r\Rightarrow\overset{\frown}{AB}=\frac{۱}{۴}\times۲\pi\sqrt{\frac{۴S}{۳\pi}}$$

$$\Rightarrow\overset{\frown}{AB}=\frac{۱}{۴}\times۲\pi\times۲\sqrt{\frac{S}{۳\pi}}=\overset{\frown}{AB}=\pi\sqrt{\frac{S}{۳\pi}}$$

$$\Rightarrow\overset{\frown}{AB}=\frac{۱}{\cancel{۴}}\times\cancel{۴}\pi\times\cancel{۴}\sqrt{\frac{S}{۳\pi}}=\overset{\frown}{AB}=\pi\sqrt{\frac{S}{۳\pi}}$$

$$\Rightarrow\overset{\frown}{AB}=\sqrt{\frac{S\pi^۲}{۳\pi}}\Rightarrow\overset{\frown}{AB}=\sqrt{\frac{S\pi}{۳}}$$

۲۷. گزینه ۵ صحیح است.

$$۱\div۸۰۰۰=\frac{۱}{۸۰۰۰}=\frac{۱}{۸}\times۱۰^{-۳}=۰/۱۲۵\times۱۰^{-۳}=۱/۲۵\times۱۰^{-۴}$$

۲۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{\sqrt[۲]{a}}{\sqrt{a}}\xrightarrow{\text{معکوس}}\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[۳]{a}}\times\frac{\sqrt[۳]{a^۲}}{\sqrt[۳]{a^۲}}=\frac{\sqrt{a}\times\sqrt[۳]{a^۲}}{a}$$

$$\frac{\sqrt[۶]{a^۳}\times\sqrt[۶]{a^۴}}{a}=\frac{\sqrt[۶]{a^۷}}{a}=\frac{a\sqrt[۶]{a}}{a}=\sqrt[۶]{a}$$

پاسخ سؤالات پاسخ‌کوتاه

علوم تجربی

۶۱. پاسخ: ۸۵

$\Rightarrow m_{H_2} = \rho V \Rightarrow m_{H_2} = ۱۰ \times ۳ = ۳۰g$ گاز هیدروژن

$\Rightarrow m_{N_2} = \rho V \Rightarrow m_{N_2} = ۱۴۰ \times ۱ = ۱۴۰g$ گاز نیتروژن

$\Rightarrow m_{NH_3} = ۱۷۰g$ جرم نیتروژن + جرم هیدروژن = جرم آمونیاک

$$\text{چگالی آمونیاک} = \frac{\text{جرم آمونیاک}}{\text{حجم آمونیاک}} = \frac{۱۷۰g}{۲m^3} = ۸۵\frac{g}{m^3}$$

۶۲. پاسخ: ۱۲

یون منیزیم بیش از بقیه منحرف می‌شود. زیرا بار الکتریکی آن از سدیم بیشتر و جرم آن از کلسیم کمتر است.

۶۳. پاسخ: ۶

چون متحرک به نقطهٔ شروع بازگشته است. جابه‌جایی و سرعت متوسط آن صفر است.

$$\bar{V} = \frac{V_1 + V_2}{۲} \Rightarrow ۰ = \frac{۲۴ + V_2}{۲} = ۰ \Rightarrow V_2 = -۲۴\frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_.}{\Delta t} = \frac{-۲۴ - ۲۴}{۸} = -۶\frac{m}{s^2}$$

۶۴. پاسخ: ۳۱

$$F - W = ma \Rightarrow ۳۷۲ - mg = ma \Rightarrow m = \frac{۳۷۲}{۱۰ + ۲} = ۳۱kg$$

۶۵. پاسخ: ۳

$$-F_1 = ma \Rightarrow -۶ = ۲a \Rightarrow a = -۳\frac{m}{s^2}$$

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow -۳ = \frac{V_2 - ۱۲}{۳} \Rightarrow V_2 = ۳\frac{m}{s}$$

ریاضی

۶۶. پاسخ: ۴۵

مجموعهٔ $\{۲^۰, ۲^۱, ۲^۲, ..., ۲^۹\}$ دارای ۱۰ عضو است. تعداد زیرمجموعه‌های ۸ عضوی یک مجموعهٔ ۱۰ عضوی با تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی آن برابر است.

$$\frac{۱۰ \times ۹}{۲} = ۴۵$$

۶۷. پاسخ: ۲

اگر نسبت تعداد زیرمجموعه‌های B به A برابر $\frac{۱}{۲}$ باشد یعنی مجموعهٔ B یک عضو کمتر از مجموعهٔ A دارد.

اگر $n(A \cap B) = ۱$ و $n(A - B) = ۳$ باشد یعنی مجموعهٔ A، ۴ عضوی است و اگر A، ۴ عضوی باشد مجموعهٔ B، ۳ عضوی خواهد بود و داریم: $n(B - A) = ۲$

۶۸. پاسخ: ۲

$$\underbrace{|x^۲ - a^۲|}_{\text{مثبت}} + \underbrace{|x + a - ۴۸|}_{\text{مثبت}} = ۰$$

حاصل‌جمع دو عبارت مثبت هیچ‌گاه صفر نمی‌شود مگر اینکه هر دو صفر باشند.

$$(۱) \begin{cases} x^۲ - a^۲ = ۰ \Rightarrow \boxed{x = \pm a} \\ (۲) \quad x - a - ۴۸ = ۰ \end{cases}$$

حال کافی است در معادلهٔ (۲) به جای x مقدار a و $-a$ را قرار دهیم.

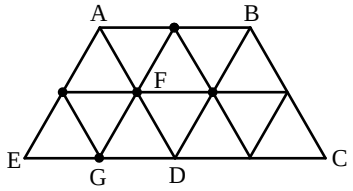
$x = a \Rightarrow a + a - ۴۸ = ۰ \Rightarrow ۲a = ۴۸ \Rightarrow \boxed{a = ۲۴}$ ü

$x = -a \Rightarrow -a + a - ۴۸ = ۰ \Rightarrow -۴۸ = ۰$ û

پس مقدار a برابر ۲۴ می‌باشد از آنجا که x نیز با a برابر است پس مقدار x نیز برابر ۲۴ می‌باشد.

۶۹. پاسخ: ۱۲

با توجه به فرض مسئله مثلث‌های $\overset{\Delta}{ABD}$، $\overset{\Delta}{BCD}$ و $\overset{\Delta}{ADE}$ هم‌نهشت هستند و هرکدامشان یک مثلث متساوی‌الاضلاع می‌باشد.



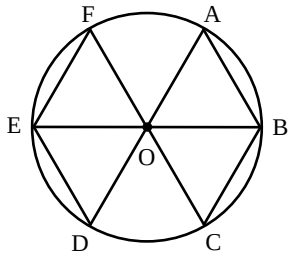
اگر وسط‌های اضلاع دیگر را نیز مطابق شکل به هم وصل کنیم مثلث‌های کوچک هم‌نهشت به وجود می‌آید و مساحت هر کدام از این مثلث‌ها را x فرض می‌کنیم حال داریم:

$$\frac{\text{مساحت ذوزنقه}}{\text{مساحت مثلث } \overset{\Delta}{FDG}} = \frac{۱۲x}{x} = ۱۲$$

۷۰. پاسخ: ۶۰

دو لوزی هم‌نهشت هستند و همان‌طور که می‌دانیم ضلع‌های لوزی با هم برابر است.

کافی است از نقطهٔ O خطی به B و همچنین به E وصل کنیم.



مثلث $\overset{\Delta}{OAB}$ و $\overset{\Delta}{OEF}$ متساوی‌الاضلاع هستند پس زاویه‌های زیر را داریم: $F\hat{O}E = B\hat{O}A = ۶۰^\circ$

حال داریم:

$$F\hat{O}A = ۱۸۰ - (۶۰ + ۶۰) = ۶۰^\circ$$

۷۱. پاسخ: ۴

اگر $x = ۰$ باشد، معادله برقرار است.

$$۱^۰ + ۲^{۲\times۰} + ۳^{۳\times۰} + ۴^{۴\times۰} + ۵^{۵\times۰} = ۵$$

$$\overbrace{۱+۱+۱+۱+۱=۵}^{\Rightarrow ۴}$$

$$۵x + ۴ = ۵ \times ۰ + ۴ = ۴$$

۷۲. پاسخ: ۴

$$= ۴\sqrt{۲} - \sqrt{\left(\underbrace{|۳ - \sqrt{۸}|}_{\text{مثبت}} - \underbrace{|۱ - \sqrt{۸}|}_{\text{منفی}}\right)^۲}$$

$$= ۴\sqrt{۲} - \sqrt{(۳ - \sqrt{۸}) - (-(۱ - \sqrt{۸}))^۲}$$

$$= ۴\sqrt{۲} - \sqrt{(۳ - \sqrt{۸} + ۱ - \sqrt{۸})^۲}$$

$$= ۴\sqrt{۲} - \sqrt{(۴ - ۲\sqrt{۸})^۲} = ۴\sqrt{۲} - \underbrace{|۴ - ۲\sqrt{۸}|}_{\text{منفی}}$$

$$= ۴\sqrt{۲} + ۴ - ۲\sqrt{۸} = ۴\sqrt{۲} + ۴ - ۴\sqrt{۲} = ۴$$ ü