

پاسخنامه



مجمع فرهنگی، آموزشی علامه طباطبائی (ره)

سال تحصیلی: ۹۹-۹۸

به هیچ عنوان بارکد بالا را مخدوش نکنید!

پایه هشتم

۱) درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. (۰/۷۵)

الف) بزرگترین عدد صحیح منفی دو رقمی عدد ۹۹- می باشد. **غلط**

ب) بمم دو عدد ۹۱ و ۷۷ برابر عدد یک می باشد. **غلط**

ج) مقدار عددی عبارت جبری $-b^2$ به ازای $b = -2$ برابر عدد ۴ می باشد. **غلط**

۲) جاهای خالی را با کلمه یا عدد مناسب پر کنید. (۰/۷۵)

الف) قرینه و معکوس عدد $-1/3$ ، کسر $\frac{10}{13} \rightarrow \frac{13}{10} = 1/3$ می باشد.

ب) اگر a و b اعدادی اول باشند، کمم آن ها برابر **حاصل ضربشان** است.

ج) حاصل $xy^2 - yx^2$ برابر با **خودش** است.

۳) گزینه درست را انتخاب کنید.

الف) حاصل ضرب دو عدد گویای $\frac{x-1}{5}$ و $\frac{x-2}{7}$ برابر عدد گویای $\frac{42}{35}$ می باشد، در این صورت x چند مقدار صحیح نا منفی می تواند داشته باشد؟

۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

ب) کسرهای $\frac{1}{72}, \frac{2}{72}, \frac{3}{72}, \dots, \frac{71}{72}$ را در نظر بگیرید. چه تعداد از آن ها قابل ساده شدن نیستند؟

۱) ۲۴ (۲) ۴۷ (۳) ۴۸۲ (۴) ۲۵

ج) خروجی ماشین روبرو کدام گزینه است؟

۱) ۰ (۲) ۱۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۴) حاصل عبارت مقابل را به دست آورید. (۱ نمره)

$$17 - 19 + 21 - 23 + \dots + 105 - 107$$

ابتدا پرانتز گذاری می کنیم :

$$(17 - 19) + (21 - 23) + \dots + (105 - 107) \quad (0/25)$$

حال تعداد ۲- ها را به دست می آوریم.

$$17, 21, \dots, 105$$

$$\text{تعداد} = \frac{\text{اولی} - \text{آخری}}{\text{فاصله}} + 1 \Rightarrow \text{تعداد} = \frac{105 - 17}{4} + 1 = 23 \quad (0/5)$$

$$(0/25) \Rightarrow 23 \times (-2) = -46$$

پاسخنامه



مجمع فرهنگی، آموزشی علامه طباطبائی (ره)

سال تحصیلی: ۹۹-۹۸

به هیچ عنوان بارکد بالا را مخدوش نکنید!

پایه هشتم

۵) ثلث مجموع دو عدد گویا $\frac{5}{9}$ می باشد، اگر یکی از دو عدد $\frac{1}{5}$ باشد، عدد دیگر کدام است؟ (۱ نمره)

$$\frac{1}{3}(x+y) = \frac{5}{9} \Rightarrow \frac{1}{3}\left(\frac{1}{5} + y\right) = \frac{5}{9}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$\Rightarrow \frac{1}{5} + y = \frac{5}{3} \Rightarrow y = \frac{5}{3} - \frac{1}{5} \Rightarrow y = \frac{25-3}{15} \Rightarrow y = \frac{22}{15}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۶) حاصل عبارت مقابل را به دست آورید. (۱/۲۵ نمره)

$$1 - \frac{1}{3 \times 5} + \frac{12}{5 \times 7} - \frac{16}{7 \times 9} + \dots - \frac{136}{67 \times 69}$$

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right) + \dots - \left(\frac{1}{67} + \frac{1}{69}\right) \quad (۰/۵)$$

$$= 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots - \frac{1}{67} - \frac{1}{69} \quad (۰/۵)$$

$$= 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{69} = \frac{69-23-1}{69} = \frac{45}{69} = \frac{15}{23} \quad (۰/۲۵)$$

۷) عدد ۱۸۰۰ را به عوامل اولش تجزیه کنید و به موارد زیر پاسخ دهید. (۱/۵ نمره)

الف) مقسوم علیه های اول این عدد را بنویسید.

ابتدا عدد مورد نظر را تجزیه می کنیم.

$$1800 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \quad (۰/۲۵)$$

مقسوم علیه های اول این عدد ۲ و ۳ و ۵ هستند. (۰/۷۵)

ب) تعداد مقسوم علیه های فرد این عدد را به دست آورید

عامل زوج ها را حذف می کنیم و سپس توان ها را با یک جمع کرده و در هم ضرب می کنیم. (۰/۵ نمره)

$$T = 3^2 \times 5^2$$

(۰/۵ نمره)

$$T = (2+1)(2+1) = 9$$

پاسخنامه



مجمع فرهنگی، آموزشی علامه طباطبائی (ره)

سال تحصیلی: ۹۹-۹۸

به هیچ عنوان بارکد بالا را مخدوش نکنید!

پایه هشتم

۸) اگر باقی مانده عدد a بر ۵ برابر ۱ و باقی مانده عدد $۳a$ بر ۶ برابر ۳ باشد، باقی مانده تقسیم $۳a$ بر ۱۰ را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned} & \left. \begin{array}{l} a = 5q + 1 \\ 3a = 6q' + 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (./5) \\ \Rightarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} (a = 5q + 1) \times 6 \\ (3a = 6q' + 3) \times 5 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 6a = 30q + 6 \\ 15a = 30q' + 15 \end{array} \right. \Rightarrow \\ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 9a = 30(q' - q) + 9 \\ 3a = 10(q' - q) + 3 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (./5) \\ (./5) \end{array} \right. \end{aligned}$$

۹) در روش غربال برای تعیین اعداد اول ۱ تا ۲۳۰ به موارد زیر پاسخ دهید. (۱ نمره)

الف) آخرین عددی که خط می خورد چه عددی است؟

$$۱۳ \times ۱۷ = ۲۲۱$$

آخرین عددی که خط می خورد عدد ۲۲۱ است.

ب) اولین عددی که در مضرب ۱۱ خط می خورد چه عددی است؟

$$۱۱ \times ۱۱ = ۱۲۱$$

اولین عددی که در مضرب ۱۱ خط می خورد.

ج) آخرین عددی که در مضارب عدد ۱۱ خط می خورد، چه عددی است؟

$$۱۱ \times ۱۹ = ۲۰۹$$

د) اولین عددی که خط می خورد چه عددی است؟

همیشه اولین عددی که خط می خورد عدد ۱ می باشد.

$$(3x - 5y)^2$$

۱۰) ساده شده ی عبارت جبری مقابل را بنویسید. (۱ نمره)

$$(./25) \quad (3x - 5y)^2 = (3x - 5y)(3x - 5y)$$

$$\underbrace{9x^2 - 15xy - 15xy + 25y^2}_{(./5)} = \underbrace{9x^2 - 30xy + 25y^2}_{(./25)}$$

۱۱) مقدار عددی عبارت جبری $\frac{x^2y - 3xy}{2x}$ به ازای $x = -1$, $y = -3$ را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

ابتدا عبارت مقابل را ساده می کنیم.

$$\frac{x^2y - 3xy}{2x} = \frac{x^2y}{2x} - \frac{3xy}{2x} = \frac{xy}{2} - \frac{3y}{2}$$

$$\underbrace{\frac{(-1)(-3)}{2}}_{(./5)} - \underbrace{\frac{3(-3)}{2}}_{(./5)} = \frac{3}{2} + \frac{9}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

پاسخنامه



مجمع فرهنگی، آموزشی علامه طباطبائی (ره)

سال تحصیلی: ۹۹-۹۸

به هیچ عنوان بارکد بالا را مخدوش نکنید!

پایه هشتم

۱۲) الف) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (۰/۲۵)

هر خط بسته ای می تواند یک چند ضلعی باشد. **غلط**

ب) جای خالی را با کلمه مناسب پر کنید. (۰/۲۵)

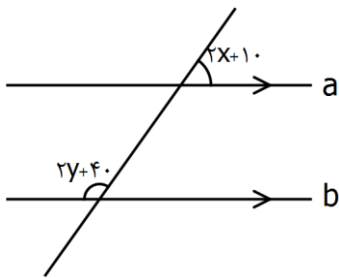
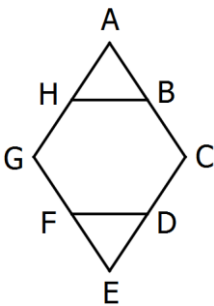
لوزی که قطرهایش مساوی باشند، **مربع** نام دارد

پ) گزینه درست را انتخاب کنید. (۰/۲۵)

در شکل مقابل چهار ضلعی ACEG لوزی و شش ضلعی HBCDFG منتظم است.

در این صورت شکل مقابل چند خط تقارن دارد؟

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ندارد



۱۳) در شکل مقابل $a \parallel b$ است. در این صورت حاصل $\frac{x+y}{5}$ را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$\underbrace{2x+10+2y+40}_{(0/5)} = 180 \Rightarrow \underbrace{2x+2y}_{(0/5)} = 130 \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{2y}{2} \Rightarrow \frac{130}{2}$$

$$\underbrace{\frac{x+y}{5}}_{(0/5)} = \frac{65}{5} = 13 \Rightarrow x+y = 65$$

۱۴) مجموع زاویه های داخلی یک n ضلعی منتظم ۶ برابر مجموع زاویه های خارجی آن است، در این صورت این چند ضلعی چند رأس دارد؟ (۱/۵ نمره)

می دانیم رابطه ی مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی به صورت مقابل است. (۰/۲۵)

$$(n-2) \times 180$$

و مجموع زوایای خارجی هر n ضلعی برابر ۳۶۰ می باشد. حال داریم: (۰/۲۵)

$$(n-2) \times 180 = 6 \times 360 \Rightarrow n-2 = 12 \Rightarrow n = 14$$

پس n ضلعی ۱۴ رأس دارد.

پاسخنامه

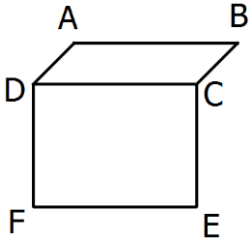


مجمع فرهنگی، آموزشی علامه طباطبائی (ره)

سال تحصیلی: ۹۹-۹۸

به هیچ عنوان بارکد بالا را مخدوش نکنید!

پایه هشتم



۱۵) چهار ضلعی ABCD لوزی و چهار ضلعی DCEF مربع است، ثابت کنید $\overline{AB} = \overline{CE}$ می باشد. (۱/۵ نمره)

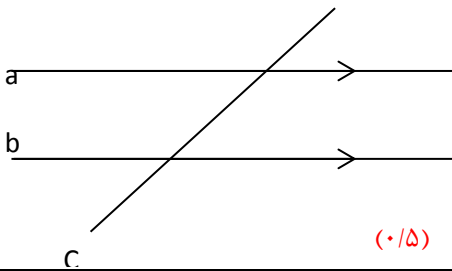
همان طور که می دانیم لوزی چهار ضلع برابر دارد و هم چنین مربع نیز ۴ ضلع برابر دارد. با کمی دقت متوجه می شویم ضلع DC در هر دو مشترک است. پس تمامی اضلاع مربع و لوزی با یکدیگر برابر خواهند شد. ۰/۵

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{CD} \\ \overline{CE} = \overline{CD} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{CE} \quad ۰/۵$$

((c ⊥ b, a || b))

۱۶) تمامی حالت های ممکن برای سه خط a و b و c با شرط روبرو را رسم کنید. (۱/۲۵)

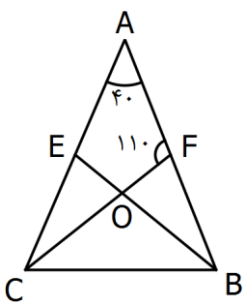
دو خط a و b با یکدیگر موازی و خط c بر b عمود نباشد.



(۰/۱۵)



(۰/۱۵)



۱۷) در شکل زیر BO و CO به ترتیب نیم سازهای زاویه های B و C هستند. اگر $\hat{EAF} = 40^\circ$ و

$\hat{AFC} = 110^\circ$ باشد، اندازه زاویه EBC را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

زاویه های \hat{ECF} و \hat{FCB} را x در نظر می گیریم و

هم چنین زاویه های \hat{FBE} و \hat{FBC} را y در نظر می گیریم.

در مثلث ABC داریم:

$$\underbrace{2x + 2y + 40}_{(۰/۵)} = 180$$

$$\Rightarrow x + y = 70$$

$$x = 180 - (110 + 40) = 180 - 150 = 30 \quad (۰/۵)$$

$$\underbrace{30 + 2y = 110}_{(۰/۵)} \Rightarrow 2y = 80 \Rightarrow y = 40$$

از طرفی زاویه \hat{AFC} ، زاویه خارجی می باشد پس داریم: