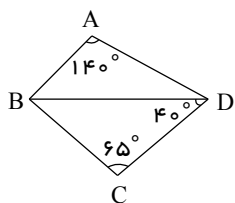


۱- باتوجه به شکل زیر، کدام پاره خط بیشترین طول را دارد؟



۱۳۲۲۹۵-# ن-م-متوسط-قلم چی-۱۳۹۶

BD (۲)

AD (۱)

CD (۴)

BC (۳)

۲- پاره خط MN به طول $2x + 3$ مفروض است. اگر تنها یک نقطه به فاصله $x + 4$ از M و فاصله $2x - 1$ از N وجود داشته باشد، x کدام است؟

۴۹۸۱۹۰-# ن-م-متوسط-قلم چی-۱۳۹۹

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۴۲۸۷۵۸-# ن-م-متوسط-منا-۱۳۹۸

۳- در مثلث ABC داریم $\hat{A} = 70^\circ$. نیمسازهای زوایای داخلی \hat{B} و \hat{C} با هم چه زاویه ای می سازند؟

130° (۴)

125° (۳)

115° (۲)

110° (۱)

۴- از هر رأس مثلث ABC، خطی به موازات ضلع مقابل رسم می کنیم تا از برخورد آنها، مثلث $A'B'C'$ به وجود آید. ارتفاعهای مثلث ABC، منطبق بر کدام یک از اجزاء مثلث $A'B'C'$ هستند؟

۲۶۷۷۷۶-# ن-م-متوسط-قلم چی-۱۳۹۹

میانهای وارد بر اضلاع مثلث (۴)

عمودمنصفهای اضلاع مثلث (۳)

نیمسازهای زوایای مثلث (۲)

ارتفاعهای مثلث (۱)

۵- در مثلث قائم الزویه ABC ($\hat{B} = 90^\circ$) نیمساز CD را رسم می کنیم. از D عمود DH را بر وتر مثلث وارد می کنیم کدام یک از مثلثهای زیر الزاماً متساوی الساقین هستند؟

۴۲۸۸۰۱-# ن-م-متوسط-منا-۱۳۹۸

$\triangle DHC$ (۴)

$\triangle ABH$ (۳)

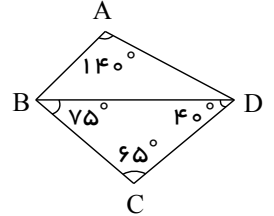
$\triangle BCH$ (۲)

$\triangle ADC$ (۱)

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴

$$\hat{BDC} : \widehat{DBC} = 180^\circ - (65^\circ + 40^\circ) = 75^\circ$$



در مثلث ABD ، زاویه A از دو زاویه‌ی دیگر بزرگ‌تر است پس BD بزرگ‌ترین ضلع مثلث ABD است. از طرفی:

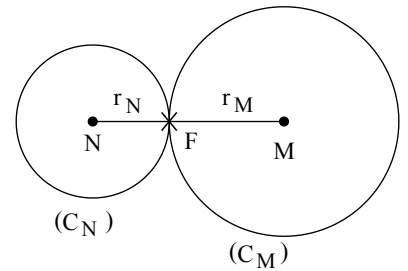
$$\hat{BDC} : 75^\circ > 65^\circ > 40^\circ \Rightarrow DC > BD > BC$$

پس DC بزرگ‌ترین پاره خط در شکل داده شده است.

۲ - گزینه ۴ تمام نقاطی که از نقطه M به فاصله $x + 4$ هستند روی یک دایره به مرکز M با شعاع $x + 4$ قرار دارند (دایره (C_M)). تمام نقاطی که از نقطه N به فاصله $2x - 1$ هستند روی یک دایره به مرکز N با شعاع $2x - 1$ قرار دارند (دایره (C_N)). محل برخورد این دو دایره جواب مسئله است و با توجه به این که مسئله یک جواب دارد دو دایره مماس خارج یا مماس داخل‌اند. حالت اول: اگر دو دایره مماس خارج باشند. داریم:

$$MN = r_M + r_N$$

$$\rightarrow 2x + 3 = x + 4 + 2x - 1 \rightarrow x = 0$$



جواب $x = 0$ قابل قبول نیست زیرا در این صورت:

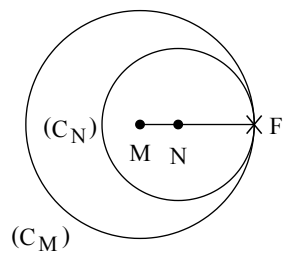
$$r_N = 2x - 1 = 2 \times 0 - 1 = -1$$

زمانی که دو دایره مماس داخل باشند مسئله در دو حالت قابل بررسی است:

حالت دوم: اگر $r_M > r_N$ باشد، داریم:

$$MN = r_M - r_N$$

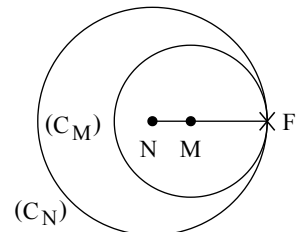
$$2x + 3 = (x + 4) - (2x - 1) \rightarrow 3x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{3}$$



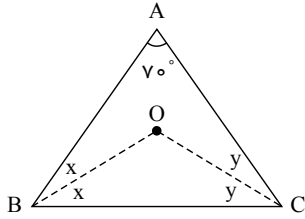
حالت سوم: اگر $r_N > r_M$ باشد، داریم:

$$MN = r_N - r_M$$

$$2x + 3 = (2x - 1) - (x + 4) \rightarrow x = -8$$



جواب $x = -8$ قابل قبول نیست، زیرا به ازای آن طول‌های MN ، r_M ، r_N منفی خواهد شد.



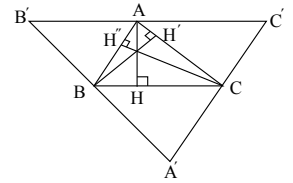
$$\triangle ABC : 70^\circ + 2x + 2y = 180^\circ \rightarrow 2(x + y) = 110^\circ \rightarrow x + y = 55^\circ$$

$$\triangle BOC : \hat{O} = 180^\circ - (x + y) = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

۴ - گزینه ۳ از هر رأس مثلث ABC ، خطی به موازات ضلع مقابل رسم می‌کنیم. مثلث به وجود آمده را $A'B'C'$ می‌نامیم.

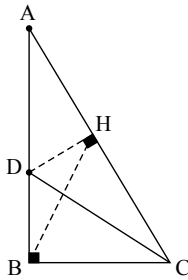
$$\begin{cases} AH \perp BC \\ BC \parallel B'C' \end{cases} \Rightarrow AH \perp B'C' \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{چهارضلعی } AB'BC \text{ متوازی‌الاضلاع است} \\ \text{چهارضلعی } ABC'C' \text{ متوازی‌الاضلاع است} \end{array} \right\} \Rightarrow AB' = AC' \quad (2)$$



از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که AH عمودمنصف ضلع $B'C'$ است. به همین ترتیب BH' و CH'' عمودمنصف‌های اضلاع $A'B'$ و $A'C'$ هستند.

۵ - گزینه ۲



$$\begin{aligned} D \rightarrow \begin{cases} DH = DB \\ DC = DC \end{cases} & \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \triangle BDC \cong \triangle DCH \\ & \xrightarrow{\text{اجزای نظیر}} BC = CH \rightarrow \triangle BCH \text{ متساوی الساقین است.} \end{aligned}$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۴

۲ - ۴

۳ - ۳

۴ - ۳

۵ - ۲