

۱- دایره‌ای به شعاع ۴ و نقطه M به فاصله ۱ از مرکز مفروض است. چند وتر داخل دایره می‌توان رسم کرد که طول آنها ۲ و از M بگذرد؟

۱۱۶۶۲-#۱-نم-آسان-آزاد عصر-۱۳۸۴

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۰ (۳) ۴ بی شمار (۴)

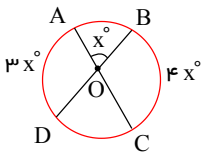
۲- دو دایره به شعاع‌های ۵ و ۹ متر هم مرکز هستند طول وتر از دایره بزرگتر مماس بر دایره کوچکتر کدام است؟

۱۳۹۴-#۱۰۲۰۹۹-نم-آسان-سنجش-۱۳۹۴

- ۱ (۱) $8\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{14}$ (۳) $6\sqrt{7}$ (۴) $4\sqrt{6}$

۱۳۹۲-#۵۶۵۸۰-نم-آسان-منا-۱۳۹۲

۳- در شکل مقابل x کدام است؟



- ۱ (۱) 20° (۲) 30° (۳) 40° (۴) 36°

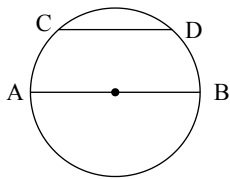
۴- در دایره $C(O, R)$ طول کمان \widehat{AB} برابر 2π و مساحت قطاع OAB برابر 6π است. فاصله نقطه O از وتر AB چقدر است؟

۱۳۹۹-#۴۹۶۰۶۷-نم-متوسط-قلم چی-۱۳۹۹

- ۱ (۱) ۲ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) ۳ (۴) $3\sqrt{3}$

۱۳۹۸-#۴۱۰۰۸۳-نم-آسان-قلم چی-۱۳۹۸

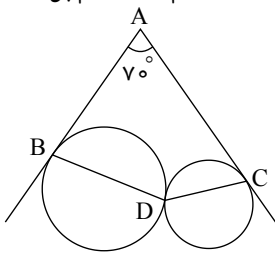
۵- در دایره مقابل، وتر CD به موازات قطر AB رسم شده است. اندازه $\widehat{ACD} - \widehat{ADC}$ کدام است؟



- ۱ (۱) 60° (۲) 90° (۳) 30° (۴) 45°

۶- در شکل زیر، دو دایره در نقطه D مماس بوده و مماس‌های رسم شده در نقاط B و C یکدیگر را در نقطه A قطع کرده‌اند. \widehat{BDC} چند درجه است؟

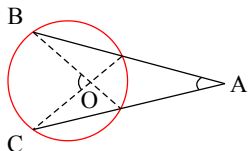
۱۳۹۸-#۴۱۰۱۰۵-نم-سخت-قلم چی-۱۳۹۸



- ۱ (۱) ۱۱۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۳۰ (۴) ۱۴۵

۱۳۸۶-#۹۰۵۱-نم-متوسط-سراسری-۱۳۸۶

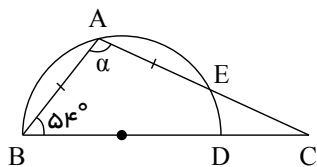
۷- در شکل مقابل $\hat{A} = 27^\circ$ و $\hat{O} = 71^\circ$ کمان BC چند درجه است؟



- ۱ (۱) 98° (۲) 100° (۳) 102° (۴) 104°

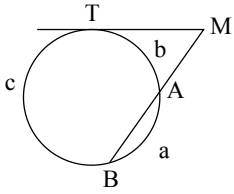
۱۳۹۶-#۲۰۷۳۴۸-نم-متوسط-قلم چی-۱۳۹۶

۸- در شکل زیر، $AB = AE$ و BD قطر نیم دایره است. زاویه α چند درجه است؟



- ۱ (۱) ۱۰۸ (۲) ۱۱۶ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۲۶

۱۳۹۷-متنا-آسان-نم-۲۴۸۵۷۲-#



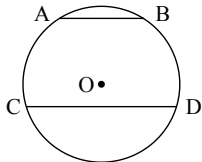
۹- مطابق شکل داریم: $a = \frac{b}{2} = \frac{c}{3}$. \widehat{M} کدام است؟

- ① 50°
- ② 60°
- ③ 30°
- ④ 45°

۱۰- در شکل زیر، شعاع دایره برابر $4\sqrt{7}$ و $AB \parallel CD$ است. اگر فاصله مرکز دایره تا وتر AB ، 5 برابر فاصله مرکز دایره تا وتر CD و

۱۳۹۸-قلم چی-نم-سخت-۴۲۶۲۰۸-#

$CD = 3AB$ باشد، طول وتر AB کدام است؟



⑤ $4\sqrt{2}$

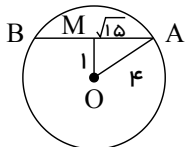
⑥ $2\sqrt{3}$

① $4\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{2}$

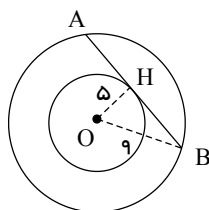
پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ کوتاهترین وتری که از یک نقطه درون دایره می‌توان رسم کرد وتری است که بر شعاع نظیر آن نقطه عمود است پس کوتاهترین وتری که از M می‌گذرد طولش $AB = 2\sqrt{16-1} = 2\sqrt{15}$ است. یعنی وتری با طول ۲ نمی‌توان رسم کرد.



۲ - گزینه ۲

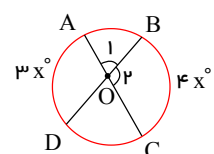
باتوجه به شکل $AB = 2BH$ است: $BH = \sqrt{9^2 - 5^2} = \sqrt{81 - 25} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$ است. در نتیجه $AB = 4\sqrt{14}$



۳ - گزینه ۳

$$\hat{O}_r = \frac{\widehat{AD} + \widehat{BC}}{2} = \frac{3x^\circ + 4x^\circ}{2} = 3,5x^\circ$$

$$O_1 = x^\circ$$



اما \hat{O}_1 و \hat{O}_r مکمل اند. پس:

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_r = 180^\circ \rightarrow 4,5x^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 40^\circ$$

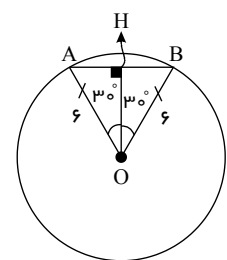
۴ - گزینه ۴

$$L_{\widehat{AB}} = 2\pi \rightarrow \frac{\alpha}{360} \times 2\pi R = 2\pi \rightarrow \alpha R = 360 \quad (1)$$

$$S_{OAB} = 6\pi \rightarrow \frac{\alpha}{360} \times \pi R^2 = 6\pi \rightarrow \alpha R^2 = 6 \times 360$$

$$\rightarrow (\alpha R) \times R = 6 \times 360 \xrightarrow{(1)} (360) \times R = 6 \times 360 \rightarrow R = 6, \alpha = 60^\circ$$

$$\widehat{AHO} : \cos 30^\circ = \frac{OH}{OA} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{OH}{6} \rightarrow OH = 3\sqrt{3}$$

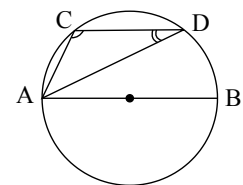


۵ - گزینه ۲

$$\widehat{ACD} = \frac{\widehat{ABD}}{2} = \frac{180^\circ + \widehat{BD}}{2} = 90^\circ + \frac{\widehat{BD}}{2}$$

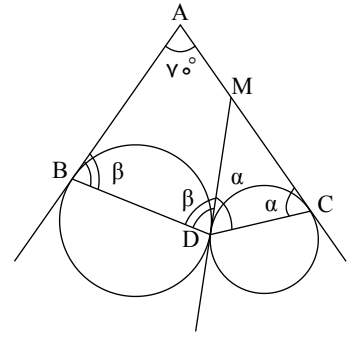
$$\widehat{ADC} = \frac{\widehat{AC}}{2}, \widehat{BD} = \widehat{AC} \Rightarrow \widehat{ADC} = \frac{\widehat{BD}}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{ACD} - \widehat{ADC} = 90^\circ + \frac{\widehat{BD}}{2} - \frac{\widehat{BD}}{2} = 90^\circ$$

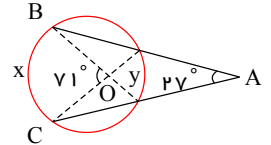


۶ - گزینه ۴ در نقطه D, MD مماس بر دایره‌ها می‌باشد. داریم:

$$\begin{aligned} \widehat{M\hat{D}C} = \widehat{M\hat{C}D} = \alpha &= \frac{\widehat{DC}}{2} \\ \widehat{A\hat{B}D} = \widehat{M\hat{D}B} = \beta &= \frac{\widehat{BD}}{2} \\ ABDC : \gamma^\circ + \beta + \beta + \alpha + \alpha &= 36^\circ \\ \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{36^\circ}{2} = 18^\circ &\Rightarrow \widehat{B\hat{D}C} = 18^\circ \end{aligned}$$

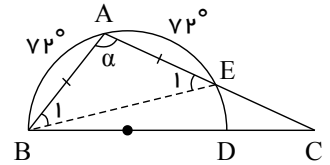


۷ - گزینه ۱ با توجه به اندازه های روی شکل داریم:



$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = 71^\circ \\ \frac{x-y}{2} = 27^\circ \end{cases} \Rightarrow x = 98^\circ$$

۸ - گزینه ۱



$$\widehat{A\hat{B}C} = \frac{\widehat{A\hat{E}D}}{2} \Rightarrow 54^\circ = \frac{\widehat{A\hat{E}D}}{2} \Rightarrow \widehat{A\hat{E}D} = 108^\circ$$

$$\widehat{A\hat{B}} = \widehat{B\hat{A}D} - \widehat{A\hat{E}D} \Rightarrow \widehat{A\hat{B}} = 18^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

$$AB = AE \Rightarrow \widehat{A\hat{B}} = \widehat{A\hat{E}} \Rightarrow \widehat{A\hat{E}} = 72^\circ$$

$$\widehat{B_1} = \widehat{E_1} = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

$$\widehat{A\hat{B}E} : \alpha + \widehat{B_1} + \widehat{E_1} = 180^\circ \Rightarrow \alpha + 2 \times 36^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 108^\circ$$

$$a + b + c = 36^\circ, \quad b = 2a, \quad c = 3a \Rightarrow a + 2a + 3a = 36^\circ$$

$$\Rightarrow a = 6^\circ, \quad b = 12^\circ, \quad c = 18^\circ \Rightarrow \widehat{M} = \frac{c-b}{2} = \frac{18^\circ - 12^\circ}{2} = 3^\circ$$

۹ - گزینه ۳

$$OH = \Delta OK, \quad OA = OB = OC = OD = r\sqrt{2}$$

$$CD = 3AB$$

$$\Delta OBH : \hat{H} = 90^\circ \Rightarrow BH = \frac{AB}{2} \Rightarrow OH^r = r^2 - \frac{AB^r}{4}$$

$$\Delta OKD : \hat{K} = 90^\circ \Rightarrow DK = \frac{CD}{2} \Rightarrow OK^r = r^2 - \frac{CD^r}{4}$$

$$OH = \Delta OK \Rightarrow OH^r = 25OK^r$$

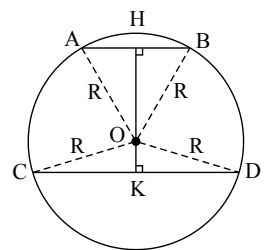
$$\Rightarrow \begin{cases} r^2 - \frac{AB^r}{4} = 25(r^2 - \frac{CD^r}{4}) \Rightarrow (r\sqrt{2})^r - \frac{AB^r}{4} = 25((r\sqrt{2})^r - \frac{9AB^r}{4}) \\ CD = 3AB \Rightarrow CD^r = 9AB^r \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{4 \times 16 \times 2 - AB^r}{4} = 25 \times \frac{4 \times 16 \times 2 - 9AB^r}{4} \Rightarrow 4 \times 19 \times 2 - AB^r$$

$$= 25 \times 4 \times 16 \times 2 - 25 \times 9AB^r$$

$$\Rightarrow 448 - AB^r = 1120 - 225AB^r \Rightarrow 224AB^r = 1072 \Rightarrow AB^r = 48 \Rightarrow AB = 4\sqrt{3}$$

۱۰ - گزینه ۱



پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳

۳ - ۳

۵ - ۲

۷ - ۱

۹ - ۳

۲ - ۲

۴ - ۴

۶ - ۴

۸ - ۱

۱۰ - ۱