

۱- ۴ لامپ از ده لامپ موجود سوخته است اگر سه لامپ به تصادف از بین آن ها اختیار کنیم احتمال اینکه هر سه لامپ سالم باشند کدام است؟

۱۲۹۲۰-نم-متوسط-سراسری-۱۳۸۱

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{4}$

۲- با حروف کلمه‌ی «گل پیرا» بدون تکرار حروف چند کلمه‌ی ۶ حرفی می‌توان نوشت که در آن دو حرف «پ» و «ر» کنار هم نیامده باشند؟

۲۲۰۴۱۶-نم-سخت-قلم‌چی-۱۳۹۶

- ① ۳۶۰ ② ۲۴۰ ③ ۷۲۰ ④ ۴۸۰

۳- یک اداره دارای ۱ رئیس، ۳ معاون، ۲ حسابدار، ۴ کارشناس اداری، ۳ کارمند کارگزینی و ۲ کارشناس امور حقوقی است. به چند طریق می‌توان جلسه‌ای ۵ نفره برگزار کرد به گونه‌ای که رئیس و حداقل یکی از کارشناسان امور حقوقی و همچنین دقیقاً یکی از معاونان اداره در آن حضور داشته باشند؟

۵۲۸۷۵-نم-سخت-قلم‌چی-۱۳۹۹

- ① ۱۸۰ ② ۲۱۶ ③ ۲۴۳ ④ ۲۷۰

۴- با حروف کلمه‌ی "CHILD" چند کلمه‌ی سه حرفی بدون تکرار حروف می‌توان ساخت به طوری که شامل حرف «H» باشند؟

۲۸۸۹۹۵-نم-متوسط-قلم‌چی-۱۳۹۷

- ① ۶۰ ② ۳۶ ③ ۲۴ ④ ۳۰

۵- نقیض گزاره «برای هر عدد طبیعی n ، اگر n عدد اول باشد، آن گاه $n = 6k \pm 1$ است»، کدام یک از گزاره‌های زیر است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

۴۹۸۷۱۹-نم-متوسط-قلم‌چی-۱۳۹۹

① عددی طبیعی مانند n وجود دارد که n عدد اول نیست و $n = 6k \pm 1$ است. ② عددی طبیعی مانند n وجود دارد که n عدد اول است و $n \neq 6k \pm 1$ است.

③ برای هر عدد طبیعی n ، n عدد اول است و $n \neq 6k \pm 1$ است. ④ برای هر عدد طبیعی n ، n عدد اول نیست و $n = 6k \pm 1$ است.

۶- یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج، ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در یک پرتاب، احتمال وقوع عدد بزرگتر از ۳ کدام است؟

۱۲۹۰۲-نم-متوسط-سراسری-۱۳۸۷

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{7}{12}$

۷- یک سکه و دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال جمع عدد دو تاس بیشتر از ۴ یا سکه «رو» ظاهر شده است؟

۲۳۵۳۱۰-نم-متوسط-خارج از کشور-۱۳۹۶

- ① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{7}{8}$ ④ $\frac{11}{12}$

۸- از بین مجموعه اعداد متوالی $\{۳۰۰, ۵۲, ۵۱, \dots\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این عدد بر ۶ یا بر ۷ بخش پذیر است ولی

مضرب ۴۲ نیست؟

- ① $۰,۲۴$ ② $۰,۲۶$ ③ $۰,۲۸$ ④ $۰,۳۱$

۹- دو ظرف داریم که در ظرف اول، ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و در ظرف دوم، ۵ مهره سفید و ۲ مهره سیاه موجود است. از اولی ۲ مهره و از دومی ۳ مهره به تصادف برداشته و در ظرف جدیدی می‌ریزیم. سپس از ظرف جدید یک مهره بیرون می‌آوریم و مشاهده می‌کنیم که سفید است. با کدام احتمال این مهره تعلق به ظرف اول بوده است؟

۴۲۱۶۷۴-نم-متوسط-قلم‌چی-۱۳۹۸

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{5}{8}$

۱۰۳۵۲۰-نم-متوسط-سراسری-۱۳۹۴

۱۰- تعداد جواب‌های صحیح و غیر منفی نامساوی $x_1 + x_2 + x_3 \leq 4$ کدام است؟

- ① ۳۰ ② ۳۲ ③ ۳۳ ④ ۳۵

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲

۴ لامپ سوخته و ۶ لامپ سالم وجود دارد.

$$n(S) = \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6} = 120$$

$$n(A) = \binom{6}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6} = 20$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \text{ است.}$$

۲ - گزینه ۴ تعداد کل کلمات ۶ حرفی را بدست می‌آوریم و حالات قرار گرفتن "پ" و "ر" را از آن کم می‌کنیم:

$$720 = 6! = \text{تعداد کل}$$

حال حروف "پ" و "ر" به هم می‌بندیم و هر دو را به عنوان یک حرف در نظر می‌گیریم. این حرف جدید با حروف دیگر، ۵ شیء متمایز را تشکیل می‌دهند و می‌توانند به ۵! حالت کنار یکدیگر واقع شوند. پس تعداد حالات تشکیل کلمات ۶ حرفی که در آن‌ها "پ" و "ر" در کنار هم باشند برابر است با:

$$5! \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{جایگشت دو حرف پ و ر}}}{2!} = 240$$

و پاسخ عبارتست از:

$$720 - 240 = 480$$

۳ - گزینه ۳ افراد به یکی از دو حالت زیر انتخاب می‌شوند:

حالت اول، رئیس، یک معاون و فقط یکی از کارشناسان امور حقوقی انتخاب شوند و دو نفر دیگر را از میان ۹ نفر باقی‌مانده انتخاب کنیم. در این حالت تعداد انتخاب‌ها برابر است با:

$$\binom{1}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{9}{2} = 1 \times 3 \times 2 \times 36 = 216$$

حالت دوم: رئیس، یک معاون و هر دو کارشناس امور حقوقی انتخاب شوند و یک نفر دیگر را از میان ۹ نفر باقی‌مانده انتخاب کنیم. در این حالت تعداد انتخاب‌ها برابر است با:

$$\binom{1}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{2} \times \binom{9}{1} = 1 \times 3 \times 1 \times 9 = 27$$

بنابراین تعداد کل روش‌های انتخاب این افراد برابر است با:

$$216 + 27 = 243$$

۴ - گزینه ۲

$$\text{تعداد کلمات سه حرفی بدون تکرار حروف: } \boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{3} = 60$$

$$\text{تعداد کلمات سه حرفی فاقد حرف «H» (بدون تکرار حروف): } \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{2} = 24$$

$$\text{تعداد کلمات سه حرفی شامل حرف «H» (بدون تکرار حروف): } 60 - 24 = 36$$

۵ - گزینه ۲ نقیض سور عمومی به صورت سور وجودی نوشته می‌شود و نقیض ترکیب شرطی $(p \Rightarrow q)$ به صورت $(p \wedge \sim q)$ می‌باشد، بنابراین نقیض گزاره «برای هر عدد طبیعی n ، اگر n عدد اول باشد، آن‌گاه $n = 6k \pm 1$ است»، به صورت «عددی طبیعی مانند n وجود دارد که n عدد اول است و $n \neq 6k \pm 1$ است» خواهد بود.

۶ - گزینه ۴

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \text{ می‌دانیم}$$

$$x + 3x + x + 3x + x + 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{12}$$

$$P(\text{رقم تاس بزرگتر از ۳}) = P(4) + P(5) + P(6) = 3x + x + 3x = 7x = \frac{7}{12}$$

۷ - گزینه ۴

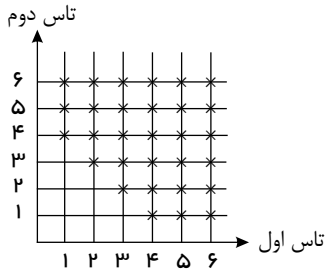
نکته: احتمال وقوع پیشامد A یا B از دستور $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ حاصل می‌شود.

نکته: دو پیشامد A و B مستقل نامند هرگاه وقوع یا عدم وقوع یکی تأثیری بر دیگری نداشته باشد در این حالت:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

پیشامد آن که سکه رو بیاید: B پیشامد جمع دو تاس بیشتر از ۴ باشد: A

بتدا $P(A)$ را می‌یابیم برای اینکار از نمودار کمک می‌گیریم و همه‌ی حالاتی که مجموع دو تاس بیشتر از ۴ باشد را علامت \times می‌زنیم.



$$\Rightarrow P(A) = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{5}{6} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{6} + \frac{1}{2} - \frac{5}{12} = \frac{10 + 6 - 5}{12} = \frac{11}{12}$$

۸ - گزینه ۲

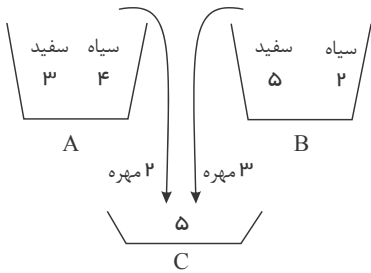
A : پیشامد آنکه عدد انتخابی مضارب ۶ باشد B : پیشامد آنکه عدد انتخابی مضارب ۷ باشد

$$\text{جواب} = P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$= \frac{\left(\left[\frac{300}{6}\right] - \left[\frac{50}{6}\right]\right) + \left(\left[\frac{300}{7}\right] - \left[\frac{50}{7}\right]\right) - 2\left(\left[\frac{300}{42}\right] - \left[\frac{50}{42}\right]\right)}{250}$$

$$= \frac{50 - 8 + 42 - 7 - 14 + 2}{250} = \frac{26}{100}$$

۹ - گزینه ۱



ابتدا احتمال سفید بودن مهره استخراج شده از ظرف C را می‌یابیم:

$$P(\text{مهره خارج شده از ظرف } C \text{ سفید باشد}) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{21}{35}$$

با استفاده از قاعده بیز داریم:

$$P(A \text{ ظرف} \mid \text{سفید بودن}) = \frac{P(A \text{ ظرف}) \times P(P(\text{سفید بودن} \mid A \text{ ظرف}))}{P(\text{سفید بودن})} = \frac{\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}}{\frac{21}{35}} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

۱۰ - گزینه ۴ با افزودن متغیری بنام x_4 داریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \Rightarrow |S| = \binom{4-1+4}{4-1} = \binom{7}{3} = 35$$

$$0 \leq x_i$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲

۳ - ۳

۵ - ۲

۷ - ۴

۹ - ۱

۲ - ۴

۴ - ۲

۶ - ۴

۸ - ۲

۱۰ - ۴