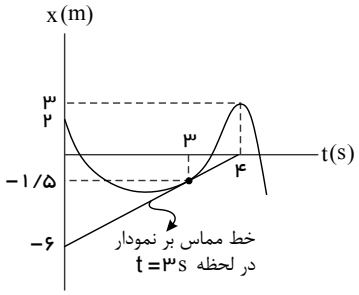
۱ - متحرکی با شتاب ثابت از حال سکون به حرکت در می‌آید و مسافتی را در مسیر مستقیم طی می‌کند. اگر در انتهای مسیر سرعت آن به $۱۲\frac{m}{s}$ برسد، سرعت آن در وسط مسیر چند متر بر ثانیه بوده است؟

#۹۶۶۴۰- ن‌م- متوسط- سنجش- ۱۳۹۴

① ۳ ② $۳\sqrt{۲}$ ③ ۶ ④ $۶\sqrt{۲}$

۲ - نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط در ثانیهٔ چهارم چند $m/s^۲$ است؟

#۴۵۳۰۳۵- ن‌م- سخت- قلم چی- ۱۳۹۸



① ۶

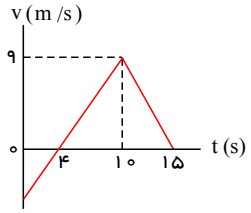
② $\frac{۹}{۲}$

③ $\frac{۳}{۲}$

④ $\frac{۳}{۸}$

۳ - نمودارسرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک دربازه‌ی زمانی $t = ۰$ تا $t = ۱۵s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟

#۱۰۲۵۱۰- ن‌م- متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۳



① ۰/۴

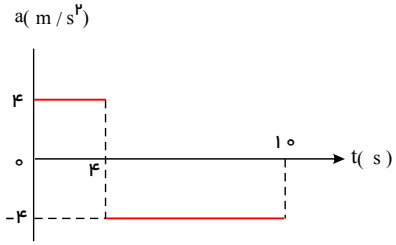
② ۰/۶

③ ۰/۸

④ ۱

۴ - نمودار شتاب – زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند به صورت شکل زیر است. اگر جابه‌جایی متحرک در این ۱۰ ثانیه ۱۵۶ متر باشد، سرعت اولیه‌ی متحرک چند متر بر ثانیه است؟

#۳۷۰۲۹۰- ن‌م- متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۶



① ۲۰

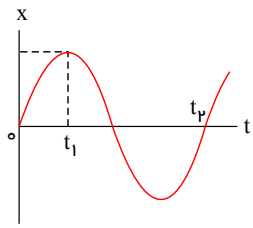
② ۱۵

③ ۱۰

④ ۵

۵ - نمودار مکان - زمان حرکت متحرکی مطابق شکل مقابل است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد حرکت این متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ صحیح است؟

#۴۲۹۶۲۱- ن‌م- متوسط- قلم چی- ۱۳۹۸



① تندی متوسط متحرک با اندازهٔ سرعت متوسط آن برابر است.

② بردار سرعت متوسط این متحرک در جهت محور x ها است.

③ بردار شتاب متوسط این متحرک در جهت محور x ها است.

④ در لحظه‌ای که متحرک متوقف می‌شود شتاب آن برابر با صفر است.

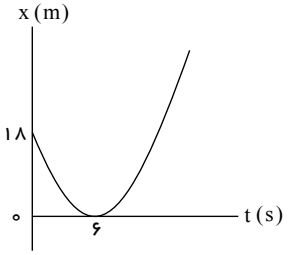
۶- متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و معادله‌ی مکان- زمان آن در SI به صورت $x = -۲t^۲ + ۱۲t - ۴۰$ است. مسافتی که این متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا $t = ۵s$ طی می‌کند، چند متر است؟

#۳۷۱۱۸۹- نم- متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۴

① ۱۰ ② ۱۵ ③ ۲۴ ④ ۲۶

۷- مطابق شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی به‌صورت یک سهمی است. شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

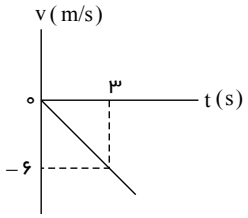
#۴۶۶۰۷۰- نم- متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸



① ۳
② ۱
③ -۱
④ -۳

۸- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که روی محور x حرکت می‌کند. مسافتی که متحرک در ۵ ثانیهٔ اول پیموده است، چند متر است؟

#۴۶۶۰۶۳- نم- آسان- خارج از کشور- ۱۳۹۸



① ۱۰
② ۲۱
③ ۲۵
④ ۲۹

۹- متحرکی در یک مسیر مستقیم، $\frac{۱}{۳}$ مسیر را با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه و بقیه را با سرعت ۳۰ متر بر ثانیه پیموده است. سرعت متوسط آن در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

#۹۷۳۸۲- نم- متوسط- سنجش- ۱۳۹۴

① $\frac{۱۸۰}{۷}$ ② $\frac{۱۶۰}{۷}$ ③ $\frac{۸۰}{۳}$ ④ $\frac{۷۰}{۳}$

۱۰- معادله‌ی حرکت متحرکی که روی محور x ها حرکت می‌کند در SI به صورت $x = -t^۲ + ۶t + ۲۰$ است. در کدام فاصله‌ی زمانی، این حرکت کند شونده است؟

#۳۷۰۹۹۱- نم- آسان- خارج از کشور- ۱۳۸۵

① $t < ۳$ ② $t < ۴$ ③ $۶ < t$ ④ $۳ < t < ۶$

بی نام

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴ اگر سرعت اولیه را $v_۰$ و سرعت در نیمه مسیر را $v_۱$ و سرعت در انتهای مسیر را $v_۲$ فرض کنیم، می‌توان نوشت:

$$\left\{\begin{array}{l} v_۱^۲ - v_۰^۲ = ۲a(\frac{x}{۲}) \Rightarrow v_۱^۲ - ۰ = ax \\ v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a(\frac{x}{۲}) \Rightarrow ۱۲^۲ - v_۱^۲ = ax \end{array}\right\} \Rightarrow v_۱^۲ = ۱۲^۲ - v_۱^۲$$

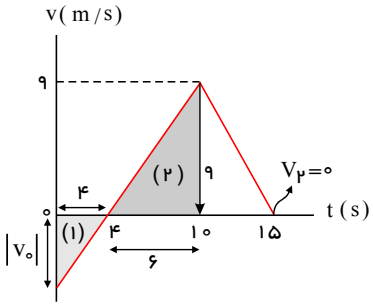
$$\Rightarrow ۲v_۱^۲ = ۱۲^۲ \Rightarrow \sqrt{۲}v_۱ = ۱۲ \Rightarrow v_۱ = \frac{۱۲}{\sqrt{۲}} = ۶\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

۲ - گزینه ۳ چون شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظهٔ $t = ۴s$ صفر است در نتیجه $v_۴ = ۰$ است ثانیهٔ چهارم یعنی بازهٔ $t = ۳s$ تا $t = ۴s$ پس:

$$\left\{\begin{array}{l} a_{av} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_۴ - v_۳}{۴ - ۳} \\ v_۳ = \text{شیب خط مماس} = \dfrac{۶}{۴} = \dfrac{۳}{۲}m/s \end{array}\right. \Rightarrow a_{av} = \frac{۰ - \frac{۳}{۲}}{۱} = -\frac{۳}{۲}m/s^۲$$

۳ - گزینه ۱

برای محاسبه‌ی شتاب متوسط از روی نمودار سرعت-زمان، ازرابطه‌ی $\bar{a} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱}$ استفاده می‌کنیم. به همین منظور کافی است تا به کمک تشابه مثلث‌ها، سرعت در لحظه‌ی $t = ۰$ را به دست آوریم:



تشابه مثلث‌های (۱) و (۲) : $\dfrac{۴}{۱۰ - ۴} = \dfrac{|v_۰|}{۹} \Rightarrow |v_۰| = ۶\dfrac{m}{s}$

همان طور که از روی نمودار مشخص است، $v_۰$ عددی منفی است و می‌توان نوشت:

$$\left\{\begin{array}{l} t_۱ = ۰ \Rightarrow v_۰ = -۶\dfrac{m}{s} \\ t_۲ = ۱۵s \Rightarrow v_۲ = ۰ \end{array}\right. \Rightarrow \bar{a} = \frac{۰ - (-۶)}{۱۵ - ۰} = ۰/۴\frac{m}{s^۲}$$

۴ - گزینه ۳ سرعت متحرک در لحظهٔ صفر را $v_۰$ فرض می‌کنیم و سرعت متحرک در لحظه‌های $t = ۴s$ و $t = ۱۰s$ به دست می‌آوریم. با توجه به نمودار شتاب - زمان متحرک داریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} v_۴ = ۴ \times ۴ + v_۰ = ۱۶ + v_۰ \\ v_{۱۰} = -۴ \times ۶ + v_۴ = -۲۴ + ۱۶ + v_۰ = -۸ + v_۰ \end{array}\right.$$

$$\Delta x = \frac{v_۲ + v_۱}{۲} \times \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta x = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = \frac{۱۶ + v_۰ + v_۰}{۲} \times ۴ + \frac{-۸ + v_۰ + ۱۶ + v_۰}{۲} \times ۶ = ۵۶ + ۱۰v_۰$$

$$\Rightarrow ۱۵۶ = ۵۶ + ۱۰v_۰ \Rightarrow ۱۰۰ = ۱۰v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۱۰\frac{m}{s}$$

۵ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ جهت حرکت متحرک تغییر کرده است بنابراین مسافت طی شده با اندازهٔ جابه‌جایی برابر نمی‌باشد، لذا تندی متوسط متحرک با اندازهٔ سرعت متوسط آن برابر نمی‌باشد.

گزینه‌های «۲» و «۳»: با توجه به این که جابه‌جایی متحرک در خلاف جهت محور x ها است ($x_{t=t_۲} < x_{t=t_۱}$)، بنابراین بردار سرعت متوسط متحرک در خلاف جهت محور xها است و از طرفی در لحظهٔ $t_۱$ شیب‌خط مماس بر نمودار برابر با صفر است بنابراین مطابق رابطهٔ شتاب متوسط $\bar{a}_{av} = \dfrac{\bar{v}_۲ - \bar{v}_۱}{t_۲ - t_۱}$، بردار شاب متوسط بین دو لحظه $t_۱$ تا $t_۲$ هم‌جهت با بردار سرعت در لحظهٔ $t_۲$ است، بنابراین بردار شتاب متوسط در این بازهٔ زمانی در جهت محور xها است.

گزینهٔ «۴»:در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ در لحظه‌ای که متحرک متوقف می‌شود سرعت آن صفر است، اما حرکت آن شتاب‌دار است. زیرا اگر شتاب‌دار نباشد، متحرک در حالت سکون باقی می‌ماند.

۶ - گزینه ۴ با استفاده از رابطهٔ $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$، شتاب و سرعت اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$x = -۲t^۲ + ۱۲t - ۴۰ \rightarrow a = -۴ \ , \ v_۰ = ۱۲\frac{m}{s}$$

برای محاسبه‌ی مسافت طی شده باید ابتدا لحظه‌ی توقف متحرک را بدست بیاوریم:

$$v = at + v_{\circ} \Rightarrow v = -۴t + ۱۲ \xrightarrow[\text{شرط توقف}]{v=\circ} \circ = -۴t + ۱۲ \Rightarrow t = ۳(s)$$

حال مکان متحرک را در لحظات ابتدا، انتها و لحظه‌ی توقف بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_۱ = \circ \to x_۱ = -۴۰ \ (۱) \\ t_۲ = ۳ \to x_۲ = -۲۲ \ (۲) \\ t_۳ = ۵ \to x_۳ = -۳۰ \ (۳) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{(۱),(۲)} \Delta x_۱ = -۲۲ - (-۴۰) = ۱۸ \\ \xrightarrow{(۲),(۳)} \Delta x_۲ = -۳۰ - (-۲۲) = -۸ \end{cases} \Rightarrow d = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| = ۲۶$$

مسافت طی شده برابر مجموع اندازه‌ی جابجایی‌های دو مرحله‌ی می‌باشد.

۷ - گزینه ۲ روش اول:

نمودار مکان - زمان یک سهمی است بنابراین حرکت بر روی محور x، با شتاب ثابت است؛ در بازهٔ زمانی صفر تا $t = ۶s$ داریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_{\circ}}{۲}\Delta t \to \circ - ۱۸ = (\frac{\circ + v_{\circ}}{۲})(۶) = ۳v_{\circ} \to v_{\circ} = -۶m/s$$

$$v = at + v_{\circ} \to \circ = a \times ۶ + (-۶) \to a = ۱m/s^۲$$

روش دوم:

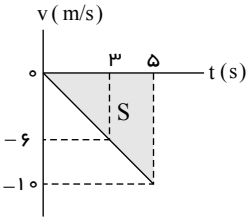
$$\begin{cases} x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_{\circ}t + x_{\circ} \\ v = at + v_{\circ} \end{cases} \xrightarrow[۶s \text{ صفر تا}]{\text{در بازهٔ زمانی}} \begin{cases} \circ = \frac{۱}{۲}a \times ۶^۲ + v_{\circ} \times ۶ + ۱۸ \to a = ۱m/s^۲ \\ \circ = a \times ۶ + v_{\circ} \to v_{\circ} = -۶a \end{cases}$$

۸ - گزینه ۳ روش اول:

متحرک تغییر جهت نداده است (همواره $v < \circ$) بنابراین مسافت طی شده با جابه‌جایی برابر است:

نمودار خطی است. در مدت $۳s$ سرعت $۶m/s$ تغییر کرده یعنی در هر ثانیه: $۲m/s$. پس در مدت $۵s$ سرعت $۱۰m/s$ تغییر کرده است: $v(t = ۵s) = -۱۰m/s$ سطح زیر نمودار مسافت را به ما می‌دهد:

$$\text{مسافت} L = |S| = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۵ = ۲۵m$$



روش دوم:

بعد از یافتن $v(t = ۵) = -۱۰m/s$ و اینکه حرکت شتابدار با شتاب ثابت روی مسیر مستقیم است:

$$L = |\Delta x| = |\frac{v(۵) + v(\circ)}{۲} \times \Delta t| = |\frac{-۱۰ + \circ}{۲} \times ۵| = ۲۵m$$

روش سوم:

شیب نمودار $(v - t)$ برابر a است؛ چون نمودار درجهٔ اول است:

$$a = (a_{av}) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(-۶) - \circ}{۳ - \circ} = -۲m/s^۲$$

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_{\circ}t = \frac{۱}{۲}(-۲)(۵)^۲ + (\circ)(۵) = -۲۵m$$

$$L = |\Delta x| = ۲۵m \text{ : تغییر جهت نداریم}$$

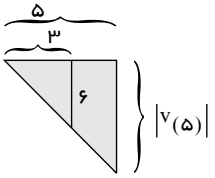
روش چهارم:

ابتدا به کمک تالس:

$$|v(۵)| \to \frac{۶}{|v(۵)|} = \frac{۳}{۵} \to |v(۵)| = ۱۰m/s$$

ادامهٔ راه مطابق روش‌های قبلی است.

بی نام



$$L = |S| = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۵ = ۲۵m$$

لطفاً روش‌های دیگر را خودتان امتحان کنید.

۹ ـ گزینه ۱

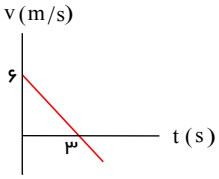
$$\bar{v} = \frac{x_۱ + x_۲}{t_۱ + t_۲} = \frac{\frac{۱}{۳}x + \frac{۲}{۳}x}{\frac{\frac{۱}{۳}x}{۲۰} + \frac{\frac{۲}{۳}x}{۳۰}} = \frac{x}{\frac{۱}{۶۰}x + \frac{۲}{۹۰}x} = \frac{۱}{\frac{۱}{۶۰} + \frac{۲}{۹۰}} = \frac{۱}{\frac{۳+۴}{۱۸۰}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{۱۸۰}{۷}\frac{m}{s}$$

۱۰ ـ گزینه ۱

معادلهٔ مکان مربوط به حرکت شتابدار با شتاب ثابت است.

با توجه به آن معادل، سرعت ـ زمان را مشخص کرده و نمودار مربوط به آن را رسم می‌کنیم.

با توجه به نمودار مشخص می‌شود در لحظه‌های $t < ۳$ حرکت به صورت کند شونده انجام می‌شود.



$$x = -t^۲ + ۶t + ۲۰ \xrightarrow[v_۰ = ۶\frac{m}{s}]{a = -۲\frac{m}{s^۲}} v = -۲t + ۶$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۹	۲ - ۷	۳ - ۵	۱ - ۳	۴ - ۱
۱ - ۱۰	۳ - ۸	۴ - ۶	۳ - ۴	۳ - ۲