

باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۹۶/۸/۱۴

نام مدرسه:

نام درس: ریاضی پایه نهم

توجه! لطفا سوالات را در کادر مشخص شده پاسخ دهید. (پاسخ های خارج از کادر تصحیح نخواهد شد)

سوال ۱ (جناب آقای سید صالحی)

(۱/۵ نمره)

حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$A = \frac{3}{1 \times 3} + \frac{3}{3 \times 5} + \dots + \frac{3}{15 \times 17}$$

پاسخنامه تشریحی

$$= \frac{3}{2} \times \left(\frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \dots + \frac{2}{15 \times 17} \right) = \frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{1} \cancel{\frac{2}{3}} \cancel{\frac{2}{3}} \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{15} \cancel{\frac{2}{17}} \frac{1}{17} \right)$$

$$\frac{3}{2} \times \left(1 - \frac{1}{17} \right) = \frac{3}{2} \times \frac{16}{17} = \frac{24}{17}$$

سوال ۲ (جناب آقای یحیایی)

(۱/۵ نمره)

اگر تعداد زیر مجموعه محض یک مجموعه $k+3$ عضوی از تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه $k+5$ عضوی ۹۷ عدد کمتر باشد، مجموعه $k+2$ عضوی چند زیر مجموعه دارد؟

پاسخنامه تشریحی

$$\text{تعداد زیر مجموعه های محض} = 2^{k+3} - 1$$

$$\Rightarrow 2^{k+3} - 1 + 97 = 2^{k+5}$$

$$\longrightarrow 2^{k+5} - 2^{k+3} = 96$$

$$\longrightarrow 2^{k+3} (2^2 - 1) = 96$$

$$\longrightarrow 2^{k+3} \times 3 = 96 \Rightarrow 2^{k+3} = 32 \Rightarrow 2^{k+3} = 2^5 \Rightarrow k+3 = 5 \Rightarrow \boxed{k=2}$$

$$\Rightarrow \boxed{2^{k+2} = 2^2 = 16}$$

سوال ۳ (جناب آقای الهی)

(۱/۵ نمره)

کسر $\frac{x}{170}$ مفروض است. بزرگترین عدد سه رقمی که می توان به جای x قرار داد تا این کسر یک عدد اعشاری متناوب ساده

باشد، چند است؟ (با توضیح کافی بیان کنید)

پاسخنامه تشریحی

برای اینکه کسری، عدد اعشاری متناوب ساده باشد، باید بعد از ساده شدن، در مخرج فقط عوامل غیر ۲ و ۵ داشته باشیم. پس ۲ و ۵ موجود در مخرج باید ساده شوند، یعنی صورت باید بر ۱۰ بخش پذیر باشد و بنابر این بزرگترین عدد سه رقمی که بر ۱۰ بخش پذیر است، ۹۹۰ است.

$$170 = 2 \times 5 \times 17$$

باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۹۶/۸/۱۴

نام مدرسه:

نام درس: ریاضی پایه نهم

(۱/۵ نمره)

سوال ۴ (جناب آقای کرمانشاهی)

اگر $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{39}{16}$ باشد، حاصل $a-b+c-d$ را بیابید.

پاسخنامه تشریحی

$$\frac{39}{16} = \frac{2 \times 16 + 7}{16} = 2 + \frac{7}{16} = 2 + \frac{1}{\frac{16}{7}} = 2 + \frac{1}{\frac{2 \times 7 + 2}{7}} = 2 + \frac{1}{2 + \frac{2}{7}}$$

$$2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{7}{2}}} = 2 + \frac{1}{2 + \frac{3 \times 2 + 1}{2}} = \boxed{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}}$$

$$\Rightarrow a = 2 / b = 2 / c = 3 / d = 2 \Rightarrow \boxed{a - b + c - d = 2 - 2 + 3 - 2 = 1}$$

سوال ۵ (جناب آقای سید صالحی)

(۲ نمره)

الف) نماد اعشاری کسرهای زیر را نوشته و معین کنید نماد اعشاری از چه نوعی است؟

الف) $\frac{15}{90}$

ب) $\frac{3}{8}$

پاسخنامه تشریحی

$$\begin{array}{r} 1/0 \overline{) 0.166} \\ \underline{6} \\ 40 \\ \underline{36} \\ 40 \\ \underline{36} \\ 40 \\ \vdots \end{array}$$

الف) $\frac{36}{40}$

متناوب مرکب $\frac{15}{90} = \frac{1}{6} \rightarrow \frac{1}{6} = 0.\overline{16}$

$$\begin{array}{r} 3/0 \overline{) 0.375} \\ \underline{24} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

ب) مختوم $\frac{3}{8} = 0.375$

ب) هر یک از اعداد زیر را به صورت نماد متعارفی بنویسید.

الف) $0.\overline{23}$

ب) $1/5\overline{23}$

$x = 0.\overline{23}$

$x = 1/5\overline{23}$

$10 \cdot x = 23/\overline{23}$

$10 \cdot x = 152/\overline{3}$

$99x = 23$

$100 \cdot x = 1523/\overline{3}$

$\Rightarrow x = \frac{23}{99}$

$90 \cdot x = 1371$

$\Rightarrow x = \frac{1371}{900} = \frac{457}{300}$

باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۹۶/۸/۱۴

نام مدرسه:

نام درس: ریاضی پایه نهم

(۲ نمره)

سوال ۶ (جناب آقای یحیایی)

اگر یک تاس آبی و یک تاس قرمز و یک سکه را همزمان پرتاب کنیم احتمال اینکه تاس آبی شمارنده ۱۸ و سکه رو بیاید یا تاس قرمز عدد مرکب و سکه پشت بیاید چقدر است؟

پاسخنامه تشریحی

تاس قرمز = R تاس آبی = B سکه = C

شمارنده ۱۸ : ۱ و ۲ و ۳ و ۶ و ۹ و ۱۸ < تاس آبی فقط می تواند ۴ شمارنده ۱۸ را نشان دهد. < تاس قرمز می تواند ۴ یا ۶ باشد

$$\begin{array}{|l} \text{کل حالات} = \\ \hline \text{B R C} \\ \hline ۶ \times ۶ \times ۲ = ۷۲ \end{array}$$

$$\begin{array}{|l} \text{حالت مطلوب ۱} = \\ \hline \text{B R C} \\ \hline ۴ \times ۶ \times ۱ = ۲۴ \end{array}$$

$$\begin{array}{|l} \text{حالت مطلوب ۲} = \\ \hline \text{B R C} \\ \hline ۶ \times ۲ \times ۱ = ۱۲ \end{array}$$

حالت ۱ و ۲ ناسازگارند (اشتراک ندارند)

$$\frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{کل حالات}} = \frac{۳۶}{۷۲} = \frac{۱}{۲}$$

(۲ نمره)

سوال ۷ (سرکار خانم علیزاده)

اگر $A = \{2x - 1 | x \in \mathbb{N}, x \leq 11\}$, $B = \{x | x \in \mathbb{Z}, -11 < x < 11\}$, $C = \{3x | x \in \mathbb{N}\}$ باشد، آنگاه در کدام یک از مجموعه‌های زیر، حاصل جمع همه‌ی اعضاء بر ۳ بخش پذیر است؟

الف) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

ب) $(A \cap C) \cup B$

پاسخنامه تشریحی

$$C = \{3, 6, 9, 12, \dots\} / B = \{-10, -9, -8, \dots, 0, 1, 2, \dots, 10\} / A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{الف) } A \cup (B \cap C) \\ B \cap C = \{3, 6, 9\} \end{array} \right\} = \{1, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21\} \Rightarrow S = 127$$

$$\text{ب) } A \cap C = \{3, 9, 15, 21\} / \{3, 9\} \cup B = \{\cancel{-10}, \cancel{-9}, \dots, \cancel{10}, 15, 21\} \Rightarrow S = 15 + 21 = 36$$

باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:

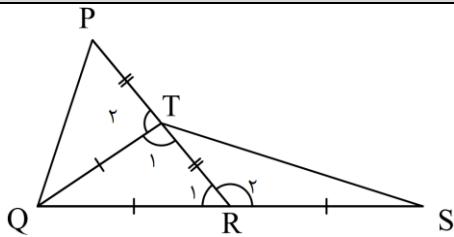
تاریخ آزمون: ۹۶/۸/۱۴

نام مدرسه:

نام درس: ریاضی پایه نهم

سوال ۸ (جناب آقای یحیایی)

(۱/۵ نمره)



در شکل زیر ثابت کنید: $\overline{PQ} = \overline{TS}$, $\angle PTQ = \angle TRS$

پاسخنامه تشریحی

فرض: $\overline{PT} = \overline{RT}, \overline{TQ} = \overline{QR} = \overline{RS}$

حکم: $\angle PTQ = \angle TRS, \overline{PQ} = \overline{TS}$

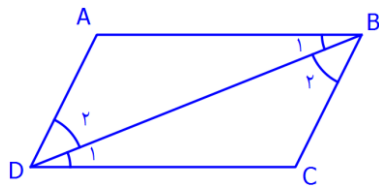
اثبات: مثلث QTR متساوی الساقین است در نتیجه $\angle R_1 = \angle T_1$

$$\left. \begin{array}{l} R_1 + R_2 = 180 \\ T_1 + T_2 = 180 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \cancel{R_1} + \cancel{R_2} = \cancel{T_1} + \cancel{T_2} \rightarrow R_2 = T_2 \Rightarrow \widehat{PTQ} = \widehat{TRS} \\ T_1 + T_2 = 180 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{PT} = \overline{RT} \\ \overline{TR} = \overline{TQ} \\ \overline{RS} = \overline{TQ} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{بنابر (ض ز ض)} \rightarrow \triangle TPQ \cong \triangle TRS \Rightarrow \overline{TS} = \overline{PQ} \\ \overline{PTQ} = \overline{TRS} \end{array}$$

سوال ۹ (جناب آقای مهری)

(۱/۵ نمره)



ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع، ضلع‌های روبرو با هم برابر است.

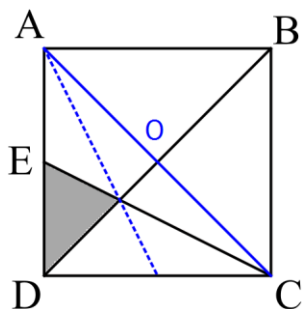
پاسخنامه تشریحی

قطر BD را در متوازی الاضلاع ABCD رسم می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{مورب } AB \parallel DC, BD \Rightarrow B_1 = D_1 \\ \text{مورب } AD \parallel BC, BD \Rightarrow D_2 = B_2 \\ \overline{BD} = \overline{BD} \quad \text{ضلع مشترک} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{بنابر (ض ز ض)} \rightarrow \triangle ADB \cong \triangle DBC \Rightarrow \begin{cases} \overline{AB} = \overline{DC} \\ \overline{AD} = \overline{BC} \end{cases} \end{array}$$

سوال ۱۰ (جناب آقای الهی)

(۱/۵ نمره)



در شکل زیر E وسط ضلع مربع است. مساحت هاشور خورده چه کسری از مساحت مربع است؟

پاسخنامه تشریحی

در مثلث ADC، CE و DO میانه هستند، پس محل برخوردشان محل برخورد میانه‌هاست. با رسم میانه دیگر

که از این نقطه می‌گذرد، ۶ مثلث هم مساحت ایجاد می‌شود. پس مساحت قسمت هاشور خورده $\frac{1}{6}$ مساحت

مثلث ADC است یعنی $\frac{1}{12}$ مساحت مربع.

باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۹۶/۸/۱۴

نام مدرسه:

نام درس: ریاضی پایه نهم

(۱/۵ نمره)

سوال ۱۱ (سرکار خانم علیخانی)

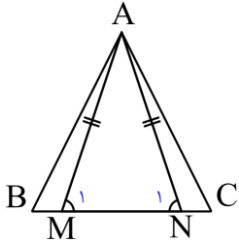
در شکل زیر مثلث AMN متساوی الساقین است و $MB=NC$ ، نشان دهید مثلث ABC هم متساوی الساقین است.

پاسخنامه تشریحی

فرض: مثلث AMN متساوی الساقین است.

حکم: مثلث ABC متساوی الساقین است.

اثبات: مثلث AMN متساوی الساقین است در نتیجه :



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AM} = \overline{AN} \text{ مثلث } AMN \text{ ساق} \\ \overline{M_1} = \overline{N_1} \text{ مکمل زوایای مجاور به} \\ \overline{BM} = \overline{NC} \text{ قاعده } AMN \\ \text{فرض مسئله} \end{array} \right\} \text{بنابر (ض ز ض)} \longrightarrow \triangle AMB \cong \triangle ANC \Rightarrow \begin{cases} A_1 = A_2 \\ B = C \\ \overline{AB} = \overline{AC} \end{cases}$$

با توجه به اثبات بالا، مثلث ABC متساوی الساقین است.

(۲ نمره)

سوال ۱۲ (جناب آقای برادران)

ثابت کنید عمودمنصف‌های ضلع‌های هر مثلث یکدیگر را در یک نقطه قطع می‌کنند. (برای اثبات اگر یک مثلث با زاویه‌های

تند بکشید، کافی است)

پاسخنامه تشریحی

اگر نیم‌سازهای دو زاویه A و B را رسم کنیم یکدیگر را در نقطه O قطع می‌کنند.

$$\overline{OH} = \overline{OH'} \Leftarrow \text{چون زاویه } O \text{ روی نیمساز زاویه } A \text{ است}$$

$$\overline{OH} = \overline{OH''} \Leftarrow \text{چون زاویه } O \text{ روی نیمساز زاویه } B \text{ است}$$

پس نقطه O از دو ضلع زاویه C به یک فاصله است. بنابراین نقطه O روی نیمساز زاویه C قرار دارد و سه نیمساز هم‌رسند.

